



Prédiction du transfert radiatif non gris dans des géométries complexes

Hanene Belhaj Ali, Faouzi Askri, Sassi Ben Nasrallah

Laboratoire d'Etudes des Systèmes Thermiques et Energétiques (LESTE)
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Rue Ibn Eljazzar 5019 Monastir
Université de Monastir

hanene.belhajali@gmail.com

faouzi.askri@gmail.com

sassi.bennasrallah@yahoo.fr

Résumé : La prédiction du transfert radiatif dans un milieu non gris nécessite une bonne prise en compte de l'aspect spatial et spectral d'un tel milieu. Dans cette optique, nous avons développé un code du calcul numérique basé sur la méthode de volumes de contrôle à base d'éléments finis (MVCEF). Le rayonnement du gaz est pris en compte par un modèle spectral choisi. Les modèles WSGGM et SLWM sont introduits. Des tests de validation ont été effectués. L'objectif de ce travail est de fournir un outil flexible, rapide et capable de modéliser le transfert radiatif de façon fiable. Pour mieux appréhender les géométries complexes, on a fait recours aux maillages non structurés. Nous présentons les résultats obtenus. Des comparaisons permettent de valider le modèle mis en place.

Mots clés : Transfert radiatif, non gris, MVCEF, SLWM, WSGGM.

1. Introduction

Le rayonnement thermique est un mode de transfert que l'on associe essentiellement aux milieux semi-transparents. Il joue un rôle important dans les échanges thermiques dans certains processus à haute température ayant un fort pouvoir d'absorption (cas des produits de la combustion d'hydrocarbures tels que le H₂O, CO₂ et CO). Bien évaluer ces échanges est le gage d'un bon contrôle des systèmes. Dans certaines configurations, ils présentent un mode de transfert énergétique non négligeable voir prépondérant. La modélisation numérique adéquate d'un procédé industriel est assez délicate.

Il existe de nombreuses méthodes numériques pour résoudre les problèmes de transfert de chaleur par rayonnement à travers les milieux semi-transparents (Méthode de Monte Carlo, Méthode des Zones, Méthode des Ordonnées Discrètes (MOD), Méthode des Volumes Finis...). La complexité de la modélisation de ce mode de transfert de chaleur nécessite l'utilisation des méthodes simplifiées. Le rayonnement est régi par une équation de type intégral-différentielle : l'équation de transfert radiatif (ETR). Les techniques de résolution de l'ETR sont nombreuses et compliquées voire fastidieuses. Le choix de la méthode de résolution doit tenir en compte de certain nombre de données. Pour notre étude, nous adoptons la méthode de volumes de contrôle à base d'éléments finis (MVCEF). Pour mettre en évidence l'aspect spectral, des outils numériques qui permettent de modéliser la complexité du spectre d'absorption des gaz sont introduites. De ce fait, le modèle SLWM (Spectral Line based Weighted sum of gray gases) et le modèle de somme pondérée de gaz gris, WSGGM (Weighted-Sum-of-Gray-Gases) sont retenus pour la présente étude, qui sont considérés comme les modèles proposant le meilleur compromis entre efficacité et simplicité. Les modèles spectrales couplés avec la MVCEF proposent une série de résultats.

2. Equation de transfert radiatif

Au cours de sa propagation dans un milieu participant, l'onde émise par une surface va subir des transformations, qui peuvent avoir trois origines ; absorption, émission, ou diffusion. La formulation de l'équation gouvernant la variation de l'intensité de cette onde (ETR) est la suivante :

$$\nabla \cdot (I_\lambda(s, \Omega) \Omega) = -k_{a\lambda}(s) I_\lambda(s, \Omega) + k_{a\lambda}(s) I_b(s) \quad (1)$$

où $I_\lambda(s, \Omega)$ est la l'intensité radiative ; $k_{a\lambda}(s)$ est le coefficient d'absorption du milieu et $I_b(s)$ est l'intensité du corps noir.

La résolution de l'ETR nécessite la connaissance des conditions aux limites. Envisageons alors la condition aux limites radiative adoptée en un point quelconque s_w d'une surface grise, opaque et diffusante en émission comme en réflexion est la suivante :

$$I_\lambda(s_w, \Omega) = \varepsilon_w \frac{\sigma T_w^4}{\pi} + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\Omega' \cdot \mathbf{n}_w > 0} I_\lambda(s_w, \Omega') |\mathbf{n}_w \cdot \Omega'| d\Omega' \quad (2)$$

3. La somme pondérée de gaz gris (WSGGM)

Le modèle WSGGM fut initié par Hottel et Sarofim [1] afin de minimiser les procédures de calculs lors de l'application de la méthode des zones. Il est basé sur le calcul du coefficient d'absorption. Ce modèle remplace les gaz produits par une somme de N_g gaz gris.

L'expression de l'émissivité totale d'une zone gazeuse de température T_g peut être exprimée en fonction de somme pondérée comme suit [2] :

$$\varepsilon_g = \sum_{i=0}^{N_g} a_{\varepsilon,i}(T_g) [1 - \exp(-k_{ai} S)] \quad (3)$$

k_{ai} est le coefficient d'absorption du $i^{\text{ème}}$ gaz gris. P est la pression totale et S désigne une longueur caractéristique du système.

$a_{\varepsilon,i}$ représentent les coefficients de pondération d'émission. Physiquement, ces facteurs sont interprétés comme étant une fraction de l'énergie du corps noir dans la région du spectre où se trouve le gaz gris.

4. Le modèle SLWM

Denison et Webb [3] ont proposé une amélioration du modèle WSGGM en développant une nouvelle méthode dénommée SLWM (Spectral Line-based Weighted-sum-of-gray-gases) pour pouvoir étudier les milieux non homogènes constitués d'un gaz unique ou d'un mélange de constitutions quelconque.

Le modèle SLWM est basé sur un concept similaire à celui du modèle WSGGM et mène au même type de résolution de l'ETR. Au lieu d'introduire les coefficients k_{ai} , comme variable caractéristique du spectre d'absorption dans l'équation (3), Denison a proposé d'utiliser des sections d'absorption $C_{abs,i}$ donnée par :

$$k_{ai} = N \times C_{abs,i} \quad (4)$$

N désigne la densité molaire du gaz, dépendant de la valeur de la température de la cellule de gaz considéré, de la pression et de la fraction molaire. Elle est déterminée par la loi des gaz parfaits.

5. Méthode de volumes de contrôle à base d'éléments finis non structurée

La méthode de volumes de contrôle à base d'éléments finis (MVCEF) allie simplicité, économie et précision. Elle utilise une résolution matricielle basée sur la méthode des doubles gradients conjugués reconditionnés pour résoudre l'ETR. L'étude faite par Rousse [4] représente la base du formalisme de la MVCEF. Cette méthode a été développée pour prédire le transfert radiatif pour les milieux gris. Les études faites ont prouvées son aptitude à traiter des géométries complexes, notamment la flexibilité de la procédure du maillage et la souplesse de la formulation. Ainsi que son implémentation dans d'autres procédures numériques (mécanique des fluides, convection..) est simple.

Nous soulignons que la MVCEF n'a pas été utilisée auparavant pour prédire le transfert de chaleur par rayonnement dans un milieu **non gris**. C'est ainsi que ce travail s'inscrit dans une problématique visant à étendre le champ d'application au cas des milieux non gris.

Le domaine d'étude est subdivisé en premier lieu en un nombre d'éléments triangulaires (Figure 1.a). A chaque nœud du maillage on attribut un numéro N , deux coordonnées x_N et y_N , et un marqueur m_N qui indique sa position dans le domaine physique ($m_N = 0$ à l'intérieur, $m_N \neq 0$ sur l'une des parois). Comme le montre la figure (1.b), un volume de contrôle ΔV_N est créé autour de chaque nœud en joignant le centre de gravité G_j de chaque élément triangulaire (relié au nœud N) aux centres des faces correspondantes. Le volume associé à un nœud interne N et à l'élément triangulaire formé par les nœuds N_j et N_{j+1} et les deux faces M_1G_j et M_2G_j est présenté par la figure 2.

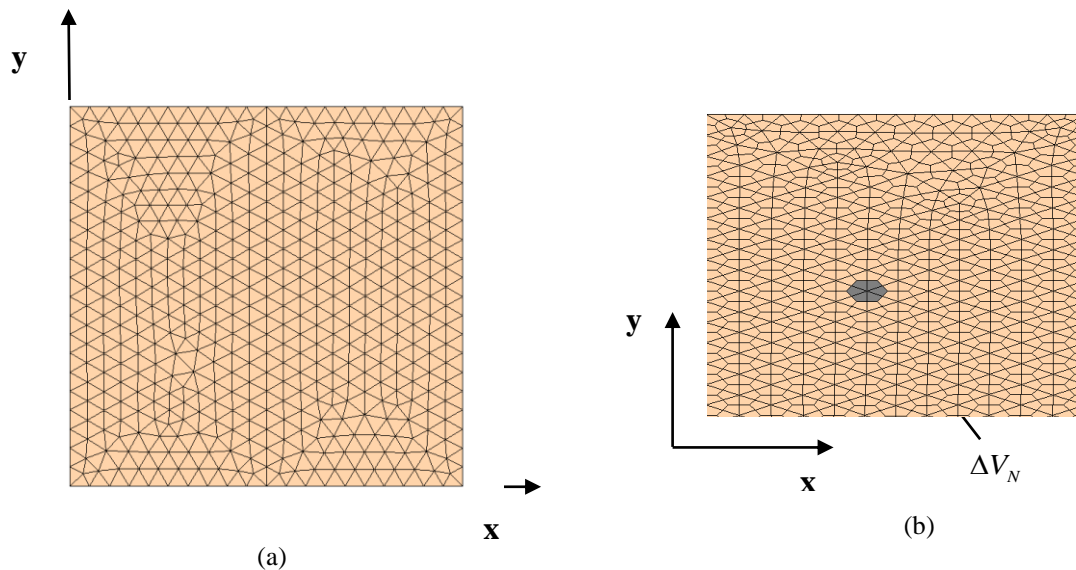


Figure 1 : (a) Maillage triangulaire (b) Volume de contrôle.

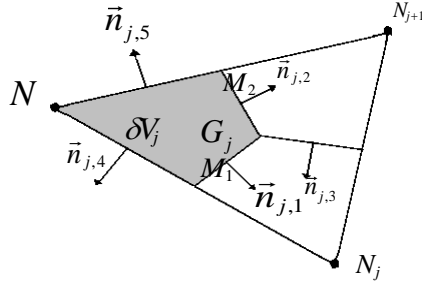


Figure 2 : Caractérisation d'un élément triangulaire et de subvolume.

L'ETR présente la particularité d'être dépendante de la direction de propagation du rayonnement. Il est donc nécessaire de subdiviser l'enveloppe sphérique entourant chaque nœud en des angles solides de contrôle. L'espace angulaire total ($\Omega = 4\pi sr$) est subdivisé en angles solides élémentaires $\Delta\Omega^{mm}$ définis par le nombre d'angle polaire N_θ et azimutal N_φ (Figure 3).

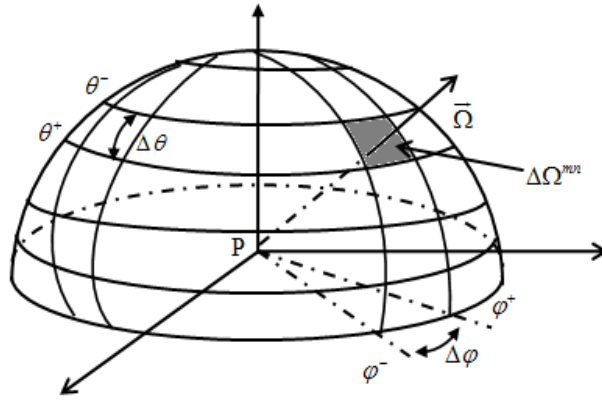


Figure 3 : Discretisation angulaire

L'angle solide élémentaire est exprimée par :

$$\Delta\Omega^{mm} = \int_{\Delta\theta} \int_{\Delta\varphi} \sin\theta d\theta d\varphi \quad (5)$$

6. Validation du code

Cette partie est consacrée à la vérification de la validité des résultats trouvés par la procédure numérique développée en utilisant les méthodes MVCEF-WSGGM et MVCEF-SLWM. Ces méthodes ont été implémentées et appliquées à des cas de références.

6.1. Milieu gris

Avant de simuler les cas non gris, le code est testé pour un milieu gris. Ce cas test est une enceinte demi-circulaire avec un cercle intérieur contenant un milieu absorbant, émissif et non diffusant (Figure 4.a). Le milieu considéré est maintenu à une température $T_g = 1000$ K. Les parois de l'enceinte sont supposées noires et froides.

Trois valeurs du coefficient d'absorption sont considérées ($k_a = 0,1, 1$ et 10 m^{-1}). La densité du flux radiatif

adimensionnelle ($q_r / \sigma T_g^4$) sur la surface de base (Paroi 1) est représentée sur la figure 4.b. Les résultats sont obtenus en utilisant 2860 volumes de contrôle et (24×4) angles solides avec pour la MVCEF non structurée contre 4158 nœuds et (24×4) angles solides adoptés par la MVF [5]. La comparaison des résultats de l'évolution de la densité du flux radiatif obtenus montre notamment un bon accord avec la solution exacte et ceux de Byun et al [5].

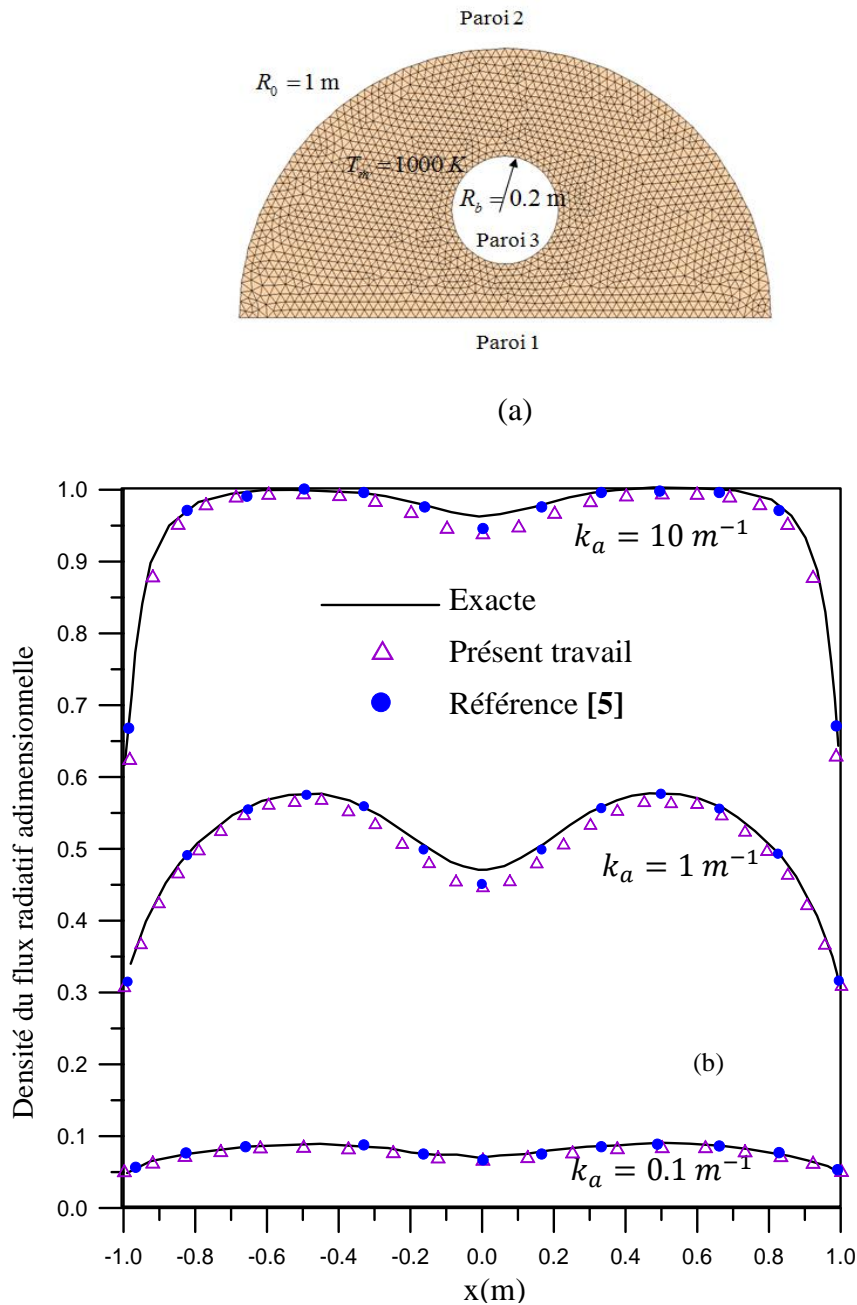


Figure 4 : (a) Cavité demi-circulaire avec un cercle à l'intérieur (b) Distribution de la densité du flux radiatif adimensionnelle sur la surface de base (Paroi 1) pour trois valeurs du coefficient d'absorption.

6.2. Milieu non gris

6.2.1. Cavité semi-circulaire

La configuration bidimensionnelle considérée est celle traitée précédemment contenant 10% de CO_2 . Le milieu considéré est maintenu à une température $T_g = 1000 \text{ K}$. Les parois 2 et 3 sont supposées noires et froides.

Les simulations sont effectuées en se basant sur la méthode MVCEF-WSGGM, évalués pour trois gaz gris et un gaz transparent.

La figure 5 présente la densité du flux radiatif sur la paroi ($y=0$) pour trois valeurs de l'émissivité de cette paroi ($\varepsilon_1 = 0.5, 0.7$ et 1.0).

On constate que la densité du flux radiatif diminue avec la diminution de l'émissivité de la paroi 1. Ceci est expliqué par le fait que la diminution de ε_1 favorise le phénomène de réflexion du rayonnement thermique par cette paroi.

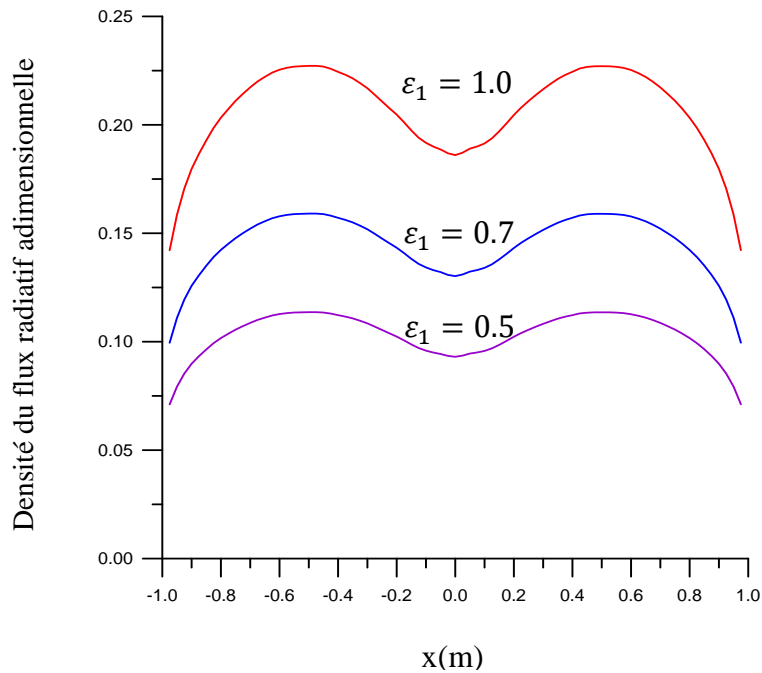


Figure 5 : Effet de l'émissivité de la paroi de base (paroi 1) sur la densité du flux radiatif adimensionnelle sur cette même surface.

6.2.2. Cavité carrée

Dans ce cas test, on considère une enceinte rectangulaire ($1\text{m} \times 0.5\text{m}$) contenant 20% de H_2O soumis à une température uniforme $T_g = 1000 \text{ K}$ (Figure 6). Les parois sont noires et froides.

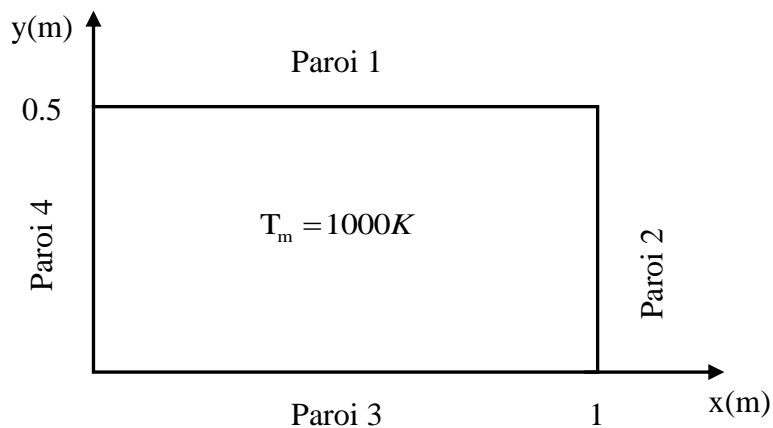


Figure 6 : Configuration géométrique 2D

La comparaison de l'évolution de la densité du flux radiatif sur les parois 1 et 2 obtenue avec ceux de la littérature [6] est illustrée sur la figure 7. On constate qu'en utilisant un maillage non structuré, les deux méthodes MVCEF-SLWM et MVCEF-WSGGM sont plus précises que la MOD-SLWM ou la MOD-WSGGM.

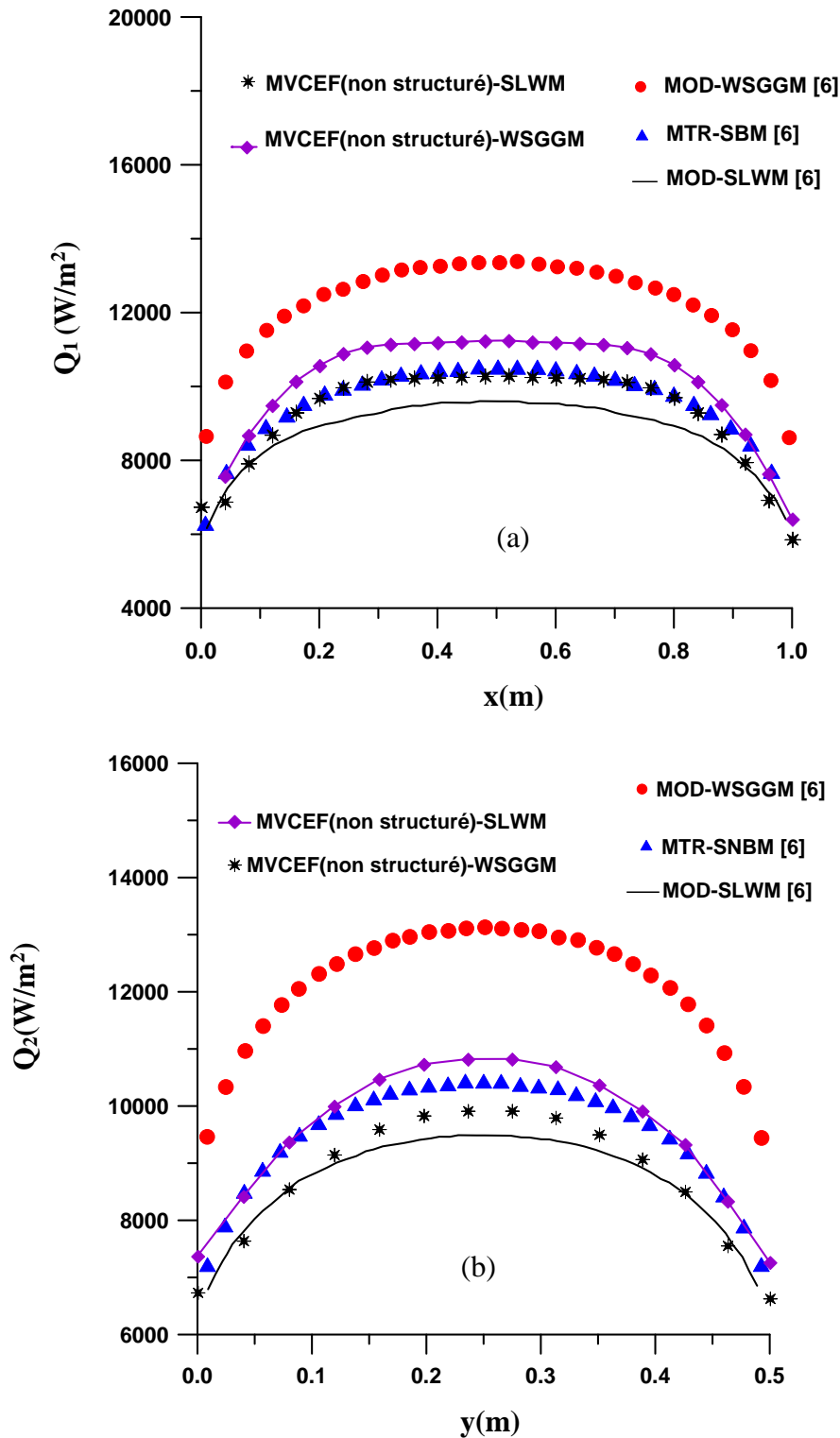


Figure 7 : Distribution de la densité du flux radiatif
(a) sur la paroi 1 et (b) sur la paroi 2

6.2.3. Cavité trapézoïdale

La cavité trapézoïdale est remplie de 20% de H₂O-80%N₂, maintenue à une température constante égale à 1000 K. Les parois sont supposées froides (Figure 8.a).

L'évolution de la densité du flux radiatif adimensionnelle sur la surface de base est illustrée sur la figure 8.b pour trois valeurs de l'émissivité ($\varepsilon_1 = 0.5, 0.7$ et 1). Les domaines angulaire et spatial sont discrétisés avec moins d'angles solides (12×4) et de volumes de contrôle (21×21) avec la MVCEF non structurée. Les prédictions obtenues montrent que l'accroissement de la densité du flux est engendré par l'augmentation de l'émissivité de la paroi de base.

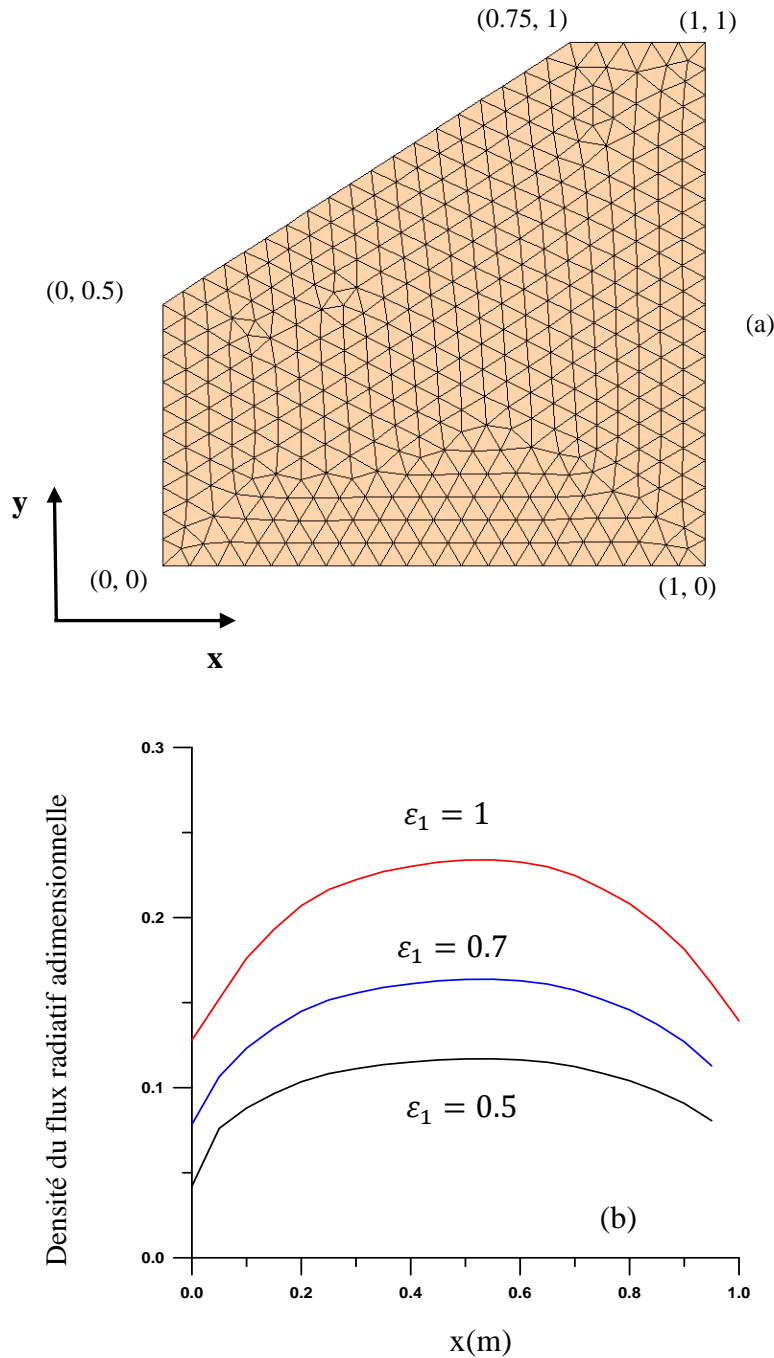


Figure 8: (a) Cavité trapézoïdale (b) Effet de l'émissivité de la paroi de base sur la densité du flux radiatif adimensionnelle sur cette surface.

Conclusion

Le transfert radiatif dans un milieu non gris est traité par l'équation de transfert radiatif (ETR) en s'appuyant sur la méthode de volumes de contrôle à base d'éléments finis (MVCEF) non structurée combinée avec le modèle des sommes pondérées de gaz gris (WSGGM) et le modèle SLWM (Spectral Line based Weighted sum of gray gases). L'approche numérique développée vise à obtenir un modèle facilement programmable et fournissant des résultats acceptables. Trois configurations de milieu non gris sont simulées numériquement. La comparaison avec d'autres résultats de la littérature a montré la fiabilité du code développé.

Références

- [1] H.C. Hottel, A.F. Sarofim. Radiative transfer. McGraw-Hill Book Company, 1967.
- [2] D.N. Trivic. Modeling of 3-D non-gray gases radiation by coupling the finite volume method with weighted sum of gray gases model. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.47, pp. 1367-1382, 2004.
- [3] M.K. Denison, B.W. Webb. An absorption line blackbody distribution function for efficient calculation of total gas radiative transfer. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol.50, pp. 499-510, 1993.
- [4] D. Rousse. Numerical predictions of two-dimensional conduction, convection, and radiation heat transfer. I. Formulation. Int. J. Therm. Sci. vol. 39, pp. 315-331, 2000.
- [5] D.Y. Byun, S.W. Baek, M.Y. Kim. Investigation of radiative heat transfer in complex geometries using blocked-off, multiblock and embedded boundary treatments. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, vol. 43, pp. 807-825, 2003.
- [6] V. Goutière, F. Liu, A. Charrette. An assessment of real-gas modeling in 2D enclosures. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, vol.64, pp. 299-326, 2000.