



## Écoulement et transfert de chaleur dans un système thermo-acoustique par la méthode de Boltzmann sur réseau

O.Miled, H.Dhahri, A.Mhimid

Laboratoire d'Etudes des Systèmes Thermiques et Energétiques, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir, Rue Ibn Eljazar, 5000 Monastir, Tunisie

[oumaymamed92@hotmail.fr](mailto:oumaymamed92@hotmail.fr)

[dhacen@yahoo.fr](mailto:dhacen@yahoo.fr)

[abdallah.mhimid@enim.rnu.tn](mailto:abdallah.mhimid@enim.rnu.tn)

### Résumé :

Ce travail portera sur la simulation numérique de l'écoulement et du transfert de chaleur, dans un système de réfrigération thermo-acoustique, par la méthode de Boltzmann sur réseau. On s'intéressera à la partie la plus importante du système qui est le, stack, qui se comporte comme un milieu poreux homogène saturé. Les parois sont adiabatiques. L'écoulement est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer modifié. Tant qu'au transfert de chaleur est régi par l'équilibre thermique local. Les effets d'un paramètre caractérisant le milieu poreux sur le comportement thermique est analysé et présenté.

**Mots clés :** thermo-acoustique, lbm, stack, Darcy-Brinkman-Forchheimer

### Introduction

Les systèmes thermoacoustiques convertissent l'énergie thermique en énergie acoustique et vice versa. Dans les réfrigérateurs thermoacoustiques, l'interaction entre une onde acoustique de grande amplitude et un milieu poreux, habituellement appelée «stack», crée un flux de chaleur le long du milieu poreux. Les réfrigérateurs thermoacoustiques disposent d'une architecture simple sans pièces mobiles, ce qui les rend robustes et fiables, et ouvre des possibilités pour la production et la miniaturisation à faible coût. En outre, ils fonctionnent avec des fluides fonctionnels tels que des mélanges binaires de gaz rares qui ne sont nocifs à l'environnement.

Les manifestations de l'effet thermoacoustique sont connues depuis longtemps. En effet, les souffleurs de verre ont observé la génération des ondes sonores lorsqu'ils maintiennent un gradient de température le long d'un tube. Il a fallu attendre jusqu'en 1896 pour que Lord Rayleigh donne une première interprétation qualitative du fonctionnement du tube de Sondhauss[1]. Cependant, le phénomène physique inverse, à savoir la création d'un gradient de température utilisable grâce à une onde acoustique intense, n'a été mis en évidence que récemment, on citera les travaux de Merkli et Thomann en 1975 [2] ainsi que ceux de Wheatley et coll. en 1983 [3]. Depuis, la recherche sur les machines thermo-acoustique est entrée dans la phase d'application [4-5].

Plusieurs recherches ont été faites sur le cœur de l'installation. La géométrie du stack est généralement un empilement de plaques .A. Aeff[6] a prouvé expérimentalement l'efficacité de l'utilisation du milieu poreux (RVC) comme cœur des réfrigérateurs et des moteurs thermoacoustiques. T.Syeda et al [7] ont proposé une étude analytique des vitesses et du champs de température dans milieu poreux étant un stack du réfrigérateur thermoacoustique.

La méthode de Boltzmann sur réseau (LBM) est une nouvelle et promettant méthode numérique pour simuler les flux des fluides. Elle est appliquée avec succès à un grand de champs de recherche, y compris les

flux de fluide dans les milieux poreux [8], le flux multiphasé [9], la magnétohydrodynamique [10], Et les flux de fluide à l'échelle nano et microscopique [11].

Dans cette étude, on va commencer par la formulation mathématique pour décrire l'écoulement du fluide dans les trois parties de la géométrie étudiée. Puis, on va décrire la méthode numérique utilisée. On va finir par la présentation des résultats de la simulation et analyser l'effet du nombre de Darcy sur le comportement thermique du milieu.

## 1. Formulation mathématique

La géométrie étudiée est un modèle simplifié d'un réfrigérateur thermo-acoustique, composée d'un résonateur sous forme d'un canal de longueur égale à trois fois son hauteur, comme présentée dans la figure 1. Dans le résonateur se trouve le stack qui est une structure poreuse de porosité 0,7. Le fluide, qui se trouve dans le résonateur, est l'air. Il est animé d'une vitesse sinusoïdale à la paroi gauche du résonateur. Toutes les parois sont supposées adiabatiques.

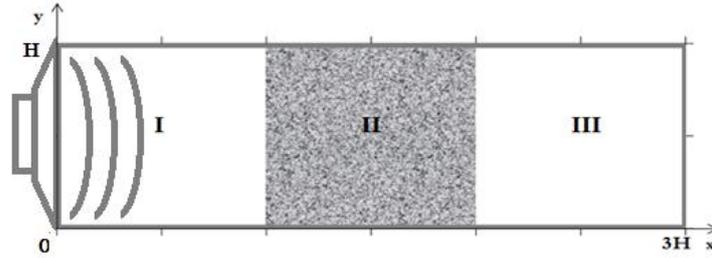


Figure 1: Configuration géométrique

### 1.1. Système d'équations physique

Les hypothèses simplificatrices retenues dans cette étude sont les suivantes:

- Le fluide est supposé incompressible.
- L'écoulement du fluide est bidimensionnel.
- On suppose que les phases fluide et solide sont en équilibre thermique local.
- Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes.
- On suppose que le milieu poreux est homogène, isotrope et saturé.
- Les effets de la dissipation visqueuse sont négligés.

On introduit un paramètre binaire  $\lambda$  définie de la manière suivante :

- $\lambda=0$  pour les milieux I et III, où règne l'air
- $\lambda=1$  pour la partie II, qui le milieu poreux

Compte tenu de ces hypothèses et en adoptant le paramètre binaire  $\lambda$ , le système d'équations cartésien décrivant le problème est le suivant :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

- Equations de quantité de mouvement

Suivant x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] u^2 \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] uv \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \lambda \left( \frac{\varepsilon \nu}{K} + \frac{\varepsilon F \varepsilon}{\sqrt{K}} |u| \right) u \quad (2)$$

Suivant y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] uv \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] v^2 \right] = - \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \lambda \left( \frac{\varepsilon \nu}{K} + \frac{\varepsilon F \varepsilon}{\sqrt{K}} |v| \right) v \quad (3)$$

- Equation d'énergie

$$\left[ \lambda((\varepsilon + (1 - \varepsilon) R_c) - 1) + 1 \right] \frac{\partial T_p}{\partial t} + \left( \frac{\partial(uT_p)}{\partial x} + \frac{\partial(vT_p)}{\partial y} \right) = \left[ \lambda((\varepsilon + (1 - \varepsilon) R_k) - 1) + 1 \right] \left( \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_p}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

Avec  $\varepsilon$ ,  $F_\varepsilon$ ,  $K$ ,  $R_c$ ,  $R_k$  sont respectivement la porosité du milieu poreux, le nombre de Forchheimer tel que  $F_\varepsilon = \frac{1,75}{\sqrt{150\varepsilon^3}}$ , la perméabilité, le rapports des capacités thermiques

$$R_c = \frac{(\rho C_p)_{mp}}{(\rho C_p)_f} \text{ et le rapport des conductivités thermiques } R_k = \frac{\lambda_{mp}}{\lambda_f}$$

## 1.2. Système d'équations adimensionnel

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{u_o}, V = \frac{v}{u_o}, \tau = \frac{tu_o}{H}, \theta = \frac{T_p - T_{p,c}}{T_{p,h} - T_{p,c}}$$

- Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

- Equations de quantité de mouvement

Suivant x

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] U^2 \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] UV \right] = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \lambda \left( \frac{\varepsilon}{Da \text{Re}} + \frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} |U| \right) U \quad (6)$$

Suivant y

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] UV \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \lambda \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) + 1 \right] V^2 \right] = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \lambda \left( \frac{\varepsilon}{Da \text{Re}} + \frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{Da}} |V| \right) V \quad (7)$$

- Equation d'énergie

$$\left[ \lambda((\varepsilon + (1 - \varepsilon) R_c) - 1) + 1 \right] \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} \right) = \left[ \lambda((\varepsilon + (1 - \varepsilon) R_k) - 1) + 1 \right] \frac{1}{\text{RePr}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (8)$$

La mise sous la forme adimensionnel du système d'équation à fait apparaître les grandeurs sans dimensions suivantes :

$$\text{Nombre de Reynolds : } \text{Re} = \frac{u_o H}{\nu}$$

$$\text{Nombre de Prandtl : } \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Nombre de Darcy : } Da = \frac{K}{H^2}$$

## 1.3. Conditions aux limites :

- à la frontière gauche du résonateur  $X=0$

$$U(t) = U_o \sin(\omega t) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (10)$$

- à la frontière droite du résonateur  $X=3H$

$$U=V=0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (12)$$

- aux frontières horizontales  $Y=0$  et  $Y=H$

$$U=V=0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (14)$$

- à la frontière gauche du stack X=H

$$\theta (X=H,Y)=1 \quad (15)$$

- à la frontière droite du stack X=2H

$$\theta (X=2H,Y)=0 \quad (16)$$

#### 1.4. Méthode numérique

La méthode numérique adoptée est la méthode de Boltzmann sur réseau(LBM). Cette méthode est relativement récente permettant de reproduire le comportement dynamique et thermique de fluides. C'est une alternative intéressante qui permet de simuler des phénomènes physiques complexes par sa nature mésoscopique. Contrairement à l'approche traditionnelle basée sur les équations de Navier-Stokes, la méthode consiste à discrétiser l'équation de Boltzmann, correspondant à une modélisation statistique de la dynamique des particules constituant le fluide. La méthode de Boltzmann sur réseau présente de bons avantages sur les méthodes conventionnelles, notamment pour le traitement de domaines de simulation complexes.

Pour déterminer les distributions de vitesse et de température dans notre géométrie, on est amené à diviser le domaine en 3 parties et cela à cause de la présence du milieu poreux. On a donc deux systèmes d'équations l'un pour les milieux fluides et l'autre pour le milieu poreux

On considère un modèle bidimensionnel de la méthode LBM à neuf vitesses discrètes appelé modèle D2Q9 sur une grille carrée de pas  $\Delta x = \Delta y = 1$ , et d'un pas de temps  $\Delta t=1$ .

##### 1.4.1. LBM dans les milieux fluides

Dans les parties I et III, les propriétés macroscopiques (la densité, la vitesse et la température) sont calculées par les relations suivantes :

$$\rho = \sum_{i=0,8} f_i \quad (17)$$

$$\vec{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0,8} e_i f_i \quad (18)$$

$$T_p = \sum_{i=0,8} g_i \quad (19)$$

- $f_i$  est la fonction de distribution de la densité des particules se déplaçant à une vitesse  $e_i$ , à la position  $x$  et à l'instant  $t$ .

Les équations de Boltzmann, en utilisant l'opérateur de collision BGK [13], sont écrites sous ces formes :

$$f_i(x + e_i \delta_i, t + \delta_i) - f_i(x, t) = - \frac{f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)}{\tau_{fld}} \quad (20)$$

$$g_i(x + e_i \delta_i, t + \delta_i) - g_i(x, t) = - \frac{g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)}{\tau_{g, fld}} \quad (21)$$

Avec

- $e_i$  : les vitesses discrétisées dans le modèle D2Q9 sont données par :

$$e_i = \begin{cases} 0 & , i = 0 \\ c \left[ \left( \cos((i-1)\frac{\pi}{2}), \left( \sin((i-1)\frac{\pi}{2}) \right) \right) \right] & , i = 1-4 \\ \sqrt{2} c \left[ \left( \cos((i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}), \left( \sin((i-5)\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) \right) \right) \right] & , i = 5-8 \end{cases} \quad (22)$$

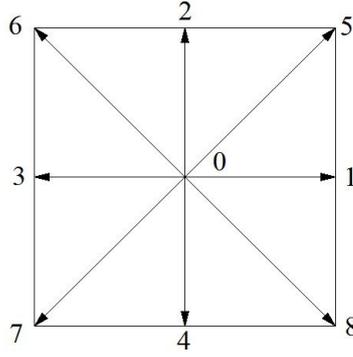


Figure 2 : Modèle D2Q9

- $f_i^{eq}$  est la fonction de distribution à l'équilibre local, elle est donnée par

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + \frac{e_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (23)$$

- $c_s$  est la vitesse du son,  $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$  pour un modèle D2Q9 et  $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 1$
- $w_i$  sont les coefficients de pondération correspondants au modèle D2Q9 tel que:

$$w_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & , i = 0 \\ \frac{1}{9} & , i = 1-4 \\ \frac{1}{36} & , i = 5-8 \end{cases} \quad (24)$$

- $\rho$  est la densité du fluide

- $\tau_{f, fld}$  est le temps de relaxation défini pour le modèle D2Q9 par :

$$\tau_{fld} = 3\nu - 0,5 \quad (25)$$

- $\nu$  est la viscosité cinétique du fluide est calculée à partir de nombre adimensionnel de Womersley qui caractérise le flux oscillant et qui est égale à

$$\alpha_{wom} = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{w}{\nu}} \quad (26)$$

Avec  $w$  est la pulsation du flux oscillatoire  $w = \frac{2\pi}{T}$  avec  $T$  est la période du flux

- $g_i$  est la fonction de distribution de la température de la particule singulière
- $g_i^{eq}$  est la fonction de distribution de la température de la particule singulière à l'équilibre local

$$g_i^{eq} = w_i T_p \left[ 1 + \frac{e_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (27)$$

- $\tau_{g, fld}$  est le temps de relaxation adimensionnel pour le transport d'énergie dans le milieu fluide, il est donné par

$$\tau_{g, fld} = 3\alpha + 0,5 \quad (28)$$

- $\alpha$  est la diffusivité thermique du fluide

### 1.3.2 LBM dans le milieu poreux

Dans la partie II, les relations suivantes nous donnent les propriétés physiques du milieu poreux:

$$\rho u = \sum_i c_i f_i + \frac{\Delta t}{2} \rho F \quad (29)$$

$$\text{Avec } u = \frac{v}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |v|}}, \quad c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\Delta t}{2} \frac{\mu}{\rho K}\right) \text{ et } c_1 = \varepsilon \frac{\Delta t}{2} \frac{F \varepsilon}{\sqrt{K}}$$

Et v est donnée par

$$\rho v = \sum_i c_i f_i \quad (30)$$

Les équations de Boltzmann pour le milieu poreux, en utilisant l'opérateur de collision BGK[[13], sont écrites sous ces formes :

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)}{\tau} + \delta t F_{ei} \quad (31)$$

$$g_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - g_i(x, t) = -\frac{g_i(x, t) - g_i^{eq}(x, t)}{\tau_{g,mp}} \quad (32)$$

La fonction de distribution à l'équilibre pour le milieu poreux est

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + \frac{e_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2 \varepsilon c_s^4} - \frac{u^2}{2 \varepsilon c_s^2} \right] \quad (33)$$

$$g_i^{eq} = w_i T \left[ 1 + \frac{e_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2 \varepsilon c_s^4} - \frac{u^2}{2 \varepsilon c_s^2} \right] \quad (34)$$

Avec  $\varepsilon$  est la porosité du milieu

- $F_{ei}$  est le terme source due aux propriétés du milieu poreux [14]

$$F_{ei} = \frac{F(e_i - u) f_i^{eq}}{RT_0} \quad (35)$$

avec

$$F = -\frac{\varepsilon v}{K} u - \frac{\varepsilon F \varepsilon}{\sqrt{K}} |u| u \quad (36)$$

- $R = 1$  dans la modélisation LB
- $T_0 = \frac{1}{3}$  dans le modèle D2Q9
- $\tau_{g,mp}$  : le temps de relaxation adimensionnel pour le transport d'énergie dans le milieu poreux

$$\tau_{g,mp} = 3Pr(\tau_f - 0,5)C + 0,5 \quad (37)$$

avec

$$C = \frac{\varepsilon + (1 - \varepsilon)R_k}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)R_c} \quad (38)$$

## 2. Résultats

Dans cette simulation, on a fixé les dimensions de la géométrie ( $m=60, n=180$ ), la porosité du régénérateur à  $\varepsilon=0.7$ , le nombre de Prandtl  $Pr=0.7$ , le nombre de Womersley  $\alpha=0,937$ , le nombre de Reynolds  $Re=5$ , le rapport des capacités thermiques  $Rc=6$  et le rapport des conductivités thermiques  $Rk=5$ .

Dans la première partie, on a calculé les champs de vitesse et de températures le long d'une période et on a trouvé un parfait accord avec les résultats de Q.Dai et L.Yang [15]

Dans la seconde partie, On a étudié l'effet de la variation du nombre de Darcy du milieu poreux et on a constaté son effet sur les profils de vitesse et de température à  $t=T/8$  dans la partie II et III. On a varié le nombre de Darcy entre  $10^{-3}$  et  $10^{-1}$

Les figures 3 et 4 présentent successivement la température au centre du résonateur et le champ de température dans toute la géométrie à la fin de la période. Dans la première partie, la température du fluide est presque égale à celle de la paroi chaude du stack. Dans la partie II, la température diminue progressivement pour atteindre celle de la paroi froide du stack. Dans la troisième partie, la température reste presque constante et égale à celle de la paroi froide du régénérateur.

Les figures 5(a), 6(a) et 7(a), illustre la variation des vitesses dans les trois parties du résonateur tout au long d'une période. Dans la première demi période, les vitesses sont positives et prennent un maximum au centre alors que dans la seconde demi période les vitesses sont négatives.

Dans la partie I, les profils de vitesses sont paraboliques, semblables aux profils des vitesses dans un canal de fluide (figure 5(a)). Mais la vitesse du fluide est ralentie à cause de la présence du stack.

Dans la partie II, les profils de vitesses à chaque instant deviennent aplatis et la valeur absolue de la vitesse à chaque instant diminue (Figure 6(a)). Cela est expliquée par la présence de la matrice solide, qui est considérée comme étant un obstacle et qui ralentit l'écoulement.

Dans la partie III qui ne contient que du fluide, les profils des vitesses tout au long de la période tendent à devenir paraboliques tout en restant influencé par le passage par la matrice solide. La vitesse dans cette partie tend à devenir nulle, ceci est expliqué par l'extrémité fermée du résonateur. (Figure 7(a))

Les figures 5(b), 6(b) et 7(b) présentent la variation des profils de températures dans les trois parties du résonateur. On remarque que la température dans la première demi période est plus élevée que dans la deuxième demi-période et cela est due à la direction du flux. En effet la direction du flux, dans la première demi-période, est de la gauche vers la droite alors que le flux s'inverse dans la seconde demi période et ralentit le transfert de chaleur ce qui engendre une diminution de la température. Les profils de températures changent périodiquement au cours du temps, et cela est mieux visible dans la figure 11.

L'effet de la variation du nombre de Darcy sur la vitesse, à l'instant  $t=T/8$ , au milieu de la partie II et au milieu de la partie III est présenté dans la figure 8.

Dans les deux parties, La diminution du nombre de Darcy cause la diminution de la vitesse qui atteint rapidement pour  $Da=10^{-3}$  des valeurs négatives. La diminution de la vitesse, dans la partie II, est expliquée par le fait que la perméabilité du milieu diminue donc il y a plus d'obstacles qui ralentissent le flux. Alors que la diminution de la vitesse dans la partie III est causée par la diminution de la vitesse dans la deuxième partie.

Les figures 9 et 10 présentent l'effet de la variation du nombre de Darcy sur la température dans les parties II et III. Les figures 9(a) et 9(b) présentent l'impact du nombre de Darcy sur les profils transversaux dans les deux parties successivement tandis que les figures 10(a) et 10(b) présentent l'effet de la variation du nombre de Darcy sur la température, le long d'une période, dans deux points ( $3H/2, H/2$ ) et ( $5H/2, H/2$ ) qui sont les milieux respectives de la deuxième et de la troisième partie. On constate alors que la diminution du nombre de Darcy engendre une diminution de la température aux milieux. Donc en diminuant le nombre de Darcy la température au centre de la partie II s'établit plus rapidement cela est dû à la conductivité thermique de la matrice solide qui est supérieur à celle du fluide et qui favorise le transfert de chaleur.

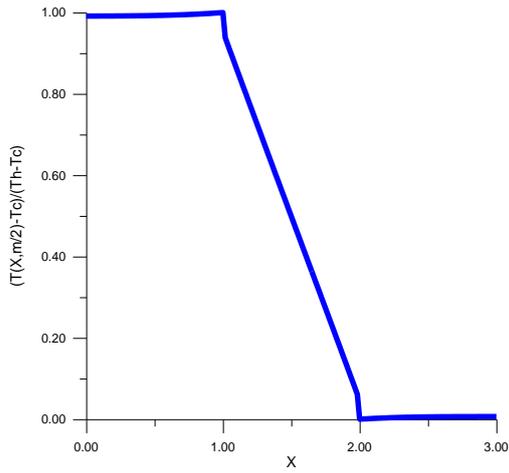


Figure 3: température au centre du canal

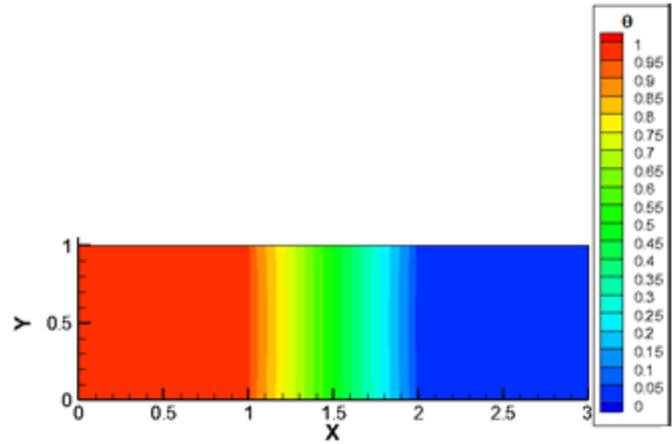


Figure 4 : Champs de température

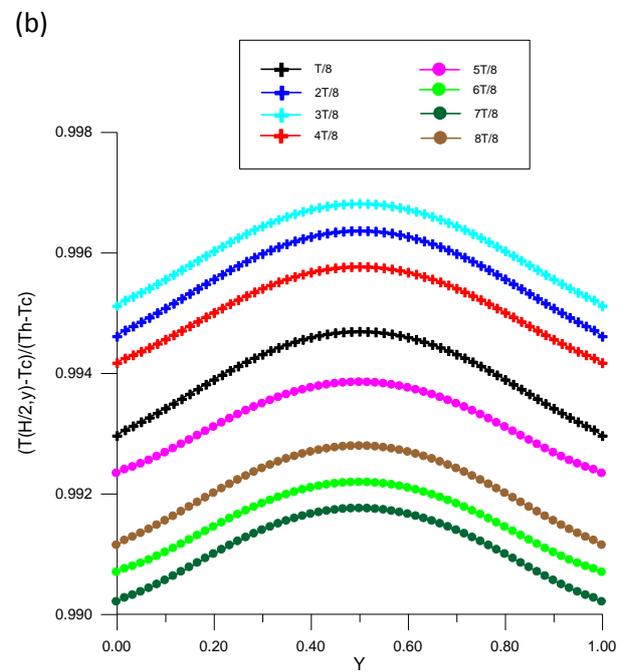
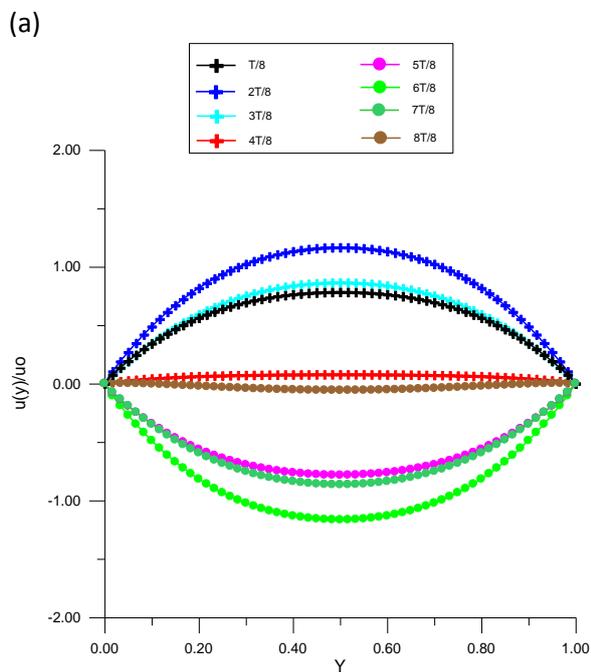


Figure 5 : Profils transversales des vitesses (a) et des températures (b) le long d'une période dans le milieu de la partie I

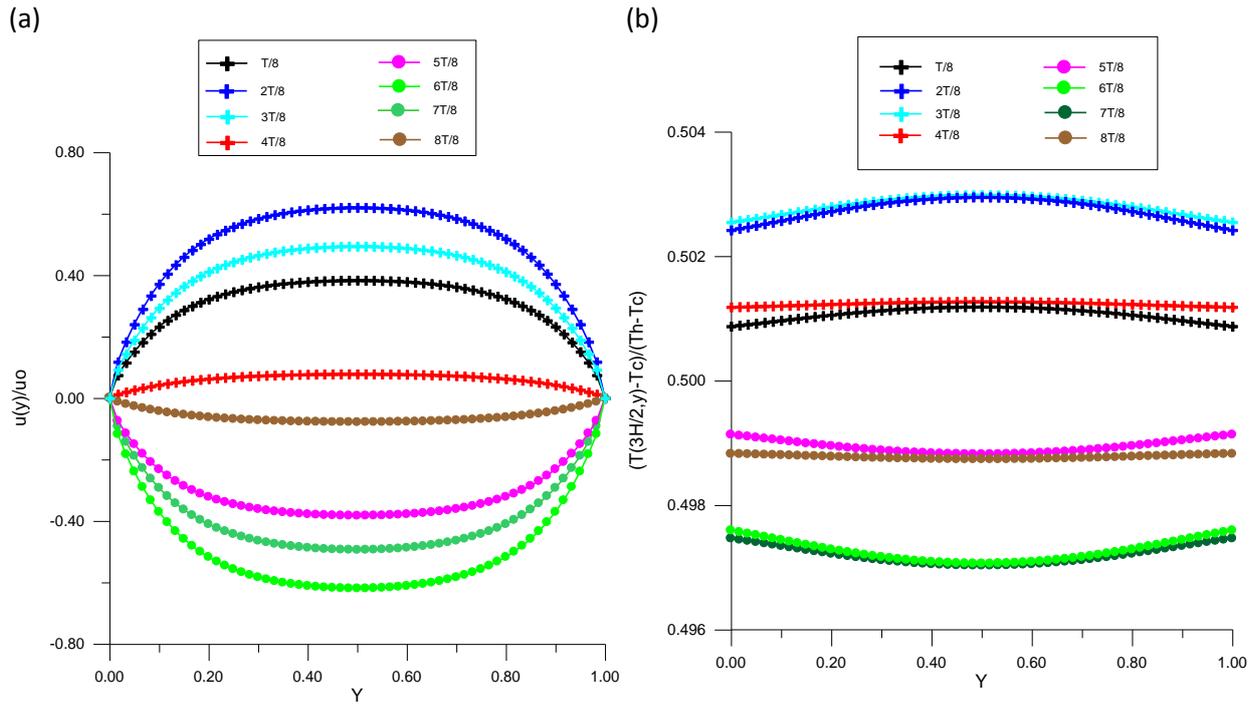


Figure 6 : Profils transversales des vitesses (a) et des températures (b) le long d'une période dans le milieu de la partie II

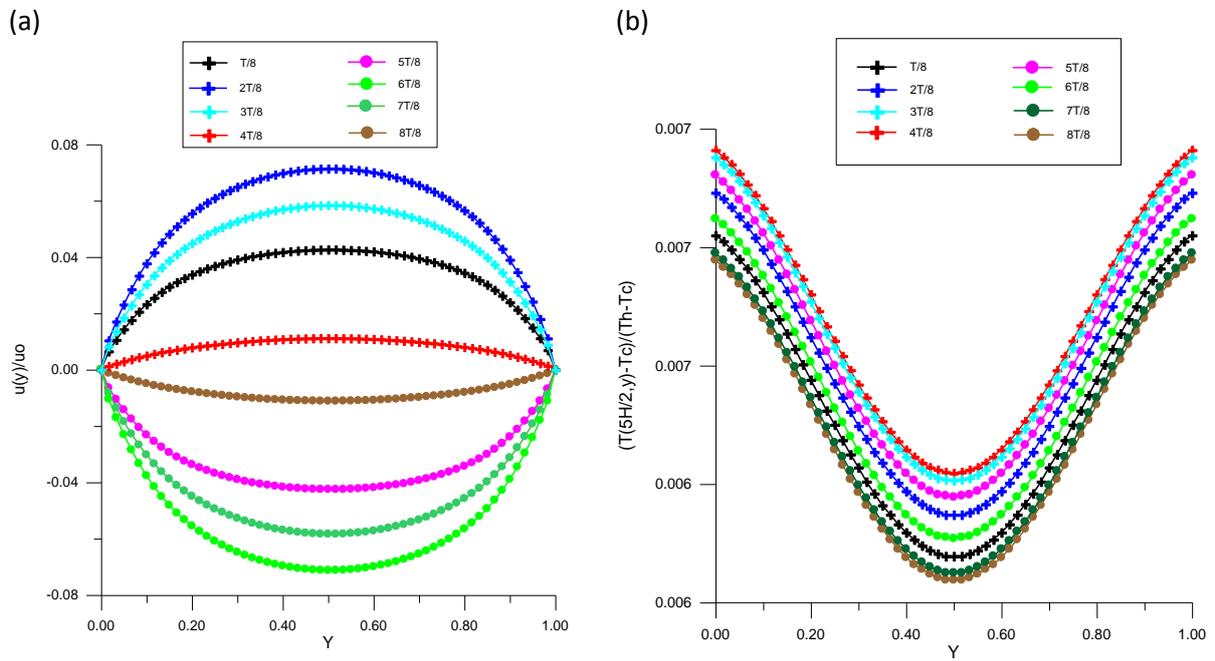


Figure 7 : Profils transversales des vitesses (a) et des températures (b) le long d'une période dans le milieu de la partie III

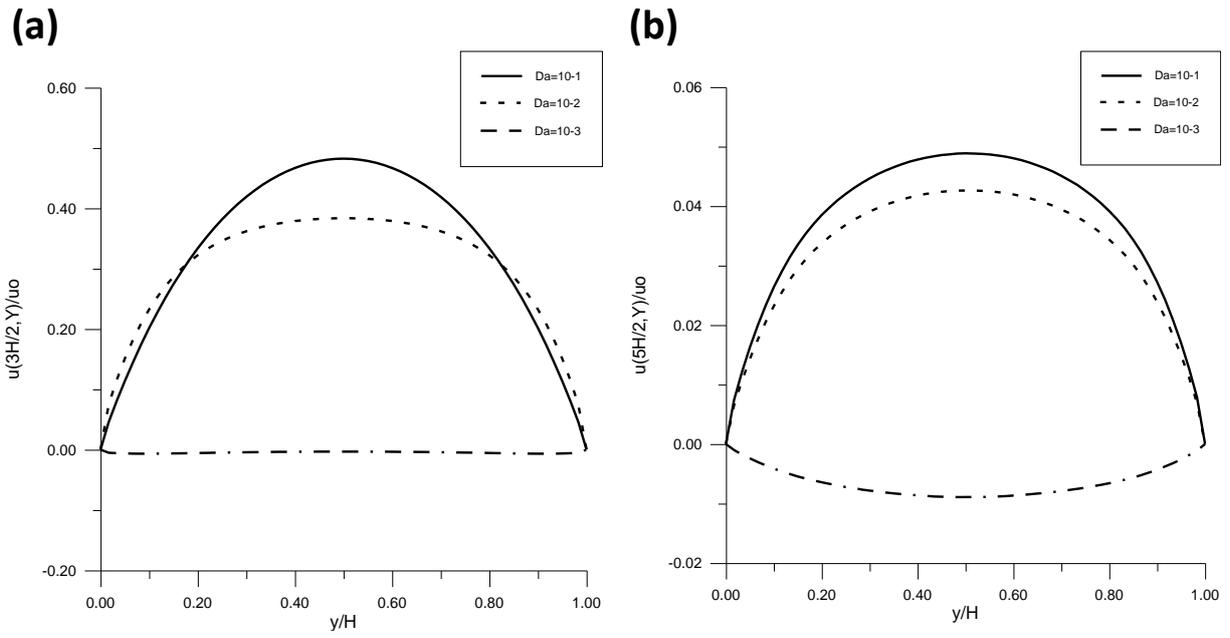


Figure 8: Effet de la variation du nombre de Darcy sur les profils transversaux des vitesses dans la partie II (a) et dans la partie III (b)

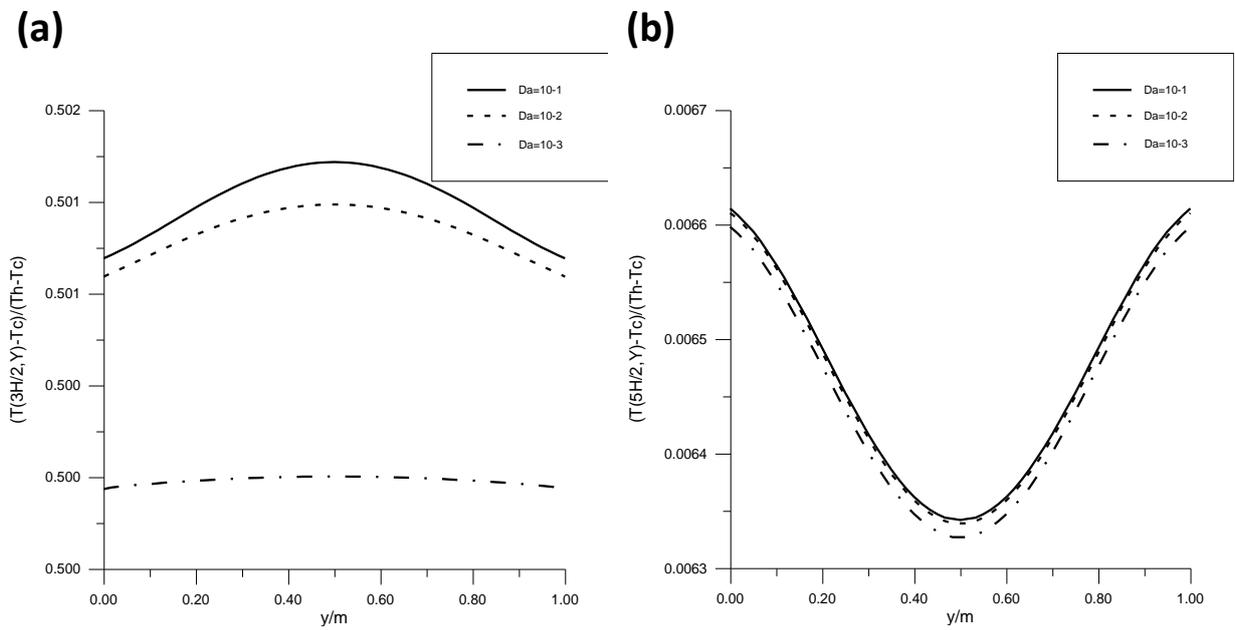


Figure 9 : Effet du nombre de Darcy sur la variation transversale des températures dans la partie II (a) et dans la partie III (b)

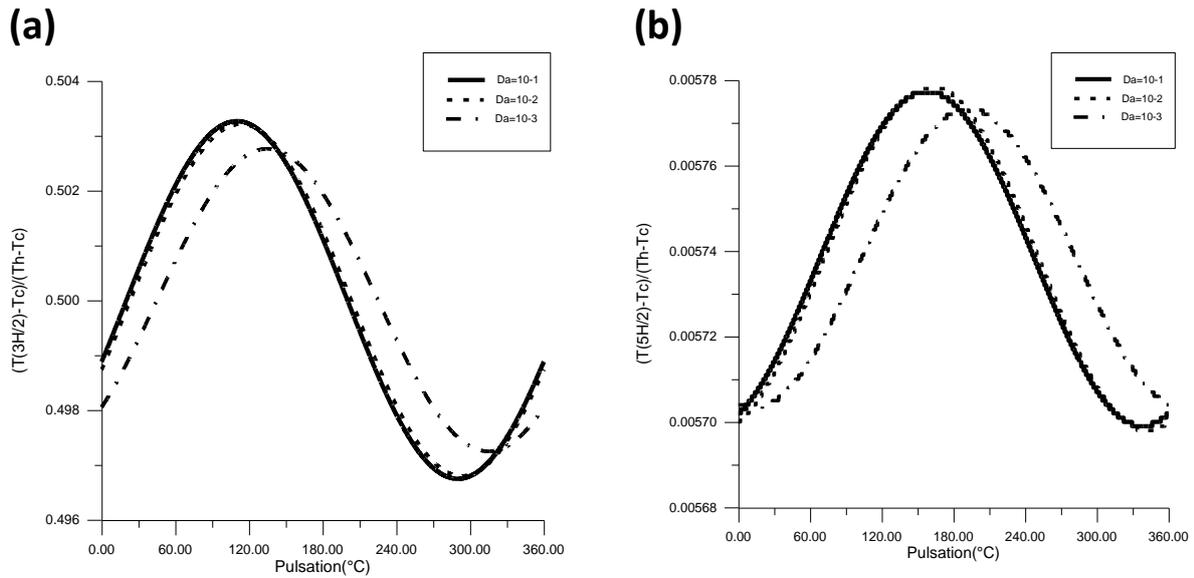


Figure 10: Effet de la variation du nombre de Darcy sur la température, le long d'une période, dans la partie II (a) et dans la partie III (b)

## Conclusion

Dans cette étude, on a modélisé les champs dynamique et thermique dans un résonateur d'un réfrigérateur thermoacoustique qui contient le stack. Pour cela on a proposé une fonction de doubles fonctions de distribution dynamique et thermique du modèle Boltzmann sur réseaux, régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer modifié.

On a évalué l'effet de la variation du nombre de Darcy sur les vitesses et les températures dans les différentes parties du résonateur et on a constaté qu'une diminution du nombre de Darcy favorise le transfert de chaleur dans le stack,

## Nomenclature

Symbole	Nom, <i>unité</i>		
$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante	Pr	Nombre de Prandtl
$c_s$	Vitesse du son	$R_c$	Rapport des capacités thermiques
Da	Nombre de Darcy	$R_e$	Nombre de Reynolds
$e_i$	Vitesse discrétisée de la direction i	$R_k$	Rapport des conductivités thermiques
$F_{ei}$	Terme source	T	Période du flux
$F_e$	Coefficient de Forchheimer	$T_p$	Température, K
$f_i, g_i$	Fonctions de distribution	U, V	Composantes de la vitesse adimensionnel
$f_{ieq}, g_{ieq}$	Fonctions de distribution à l'équilibre	u, v	Composantes de la vitesse, m.s-1
H	Hauteur du canal, m	w	Pulsation du flux
K	Perméabilité du milieu poreux	$w_i$	Facteur de pondération de la direction i
k	Conductivité thermique, W/m.K	x, y	Coordonnées cartésiennes
p	Pression	X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles
P	Pression adimensionnelle		
		Symboles grecs	
		$\varepsilon$	Porosité

$\alpha$	Diffusivité thermique, $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	Exposant, Indices
$\alpha_{\text{wom}}$	Nombre de Womersley	mp matrice solide du milieu poreux
$\nu$	viscosité	f fluide
$\rho$	Densité du fluide, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	h chaude
$\lambda$	Conductivité thermique	c froide
$\theta$	Température adimensionnelle	g fonction g
$\tau$	Temps de relaxation	

## Références

- [1] J. W. Strutt (Lord Rayleigh), "The theory of sound", Dover, New York, 1945.
- [2] Merkli, P., and H. Thomann. "Thermoacoustic effects in a resonance tube." *Journal of fluid mechanics* 70.01: 161-177, 1975.
- [3] Wheatley, John, et al. "An intrinsically irreversible thermoacoustic heat engine." *The Journal of the Acoustical Society of America* 74.1 (1983): 153-170.
- [4] Hofler J. Design and construction of a solar-powered, thermoacoustically driven, thermoacoustic refrigerator. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2000, 107(6):L37-42.
- [5] Garrett S, Hofler T, Fitzpatrick M. Thermoacoustic refrigerator for space applications. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1989, 85:S48.
- [6] Adeff, Jay A., et al. "Measurements with reticulated vitreous carbon stacks in thermoacoustic prime movers and refrigerators." *The Journal of the Acoustical Society of America* 104.1 (1998): 32-38.
- [7] T. Syeda Humaira, M. Shohel & F. Roydon Andrew, Modeling and Analysis of Flow, Thermal, and Energy Fields Within Stacks of Thermoacoustic Engines Filled With Porous Media, *Heat Transfer Engineering*, 34:1, 84-97 (2013)
- [8] Z.L. Guo, T.S. Zhao, Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media, *Phys. Rev. E* 66 (2002) 036301e036304.
- [9] X. He, S. Chen, R. Zhang, A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh-Taylor instability, *J. Stat. Phys.* 152 (1999) 642e663.
- [10] H. Yamaguchi, X.R. Zhang, X.D. Niu, K. Yoshikawa, Thermomagnetic natural convection of thermo-sensitive magnetic fluids in cubic cavity with heat generating object inside, *J. Magn. Magn. Mater.* 322 (2010) 698e704.
- [11] D. Raabe, Overview of the lattice Boltzmann method for nano- and microscale fluid dynamics in materials science and engineering, *Model. Simulat. Mater. Sci. Eng.* 12 (2004) 13e46.
- [12] Gartling, D. K., C. E. Hickox, and R. C. Givler. "Simulation of coupled viscous and porous flow problems." *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 7.1-2 (1996): 23-48.
- [13] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., & Krook, M. (1954). A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, 94(3), 511.
- [14] Djebali, R., Sammouda, H., & El Ganaoui, M. Some advances in applications of lattice Boltzmann method for complex thermal flows. *Adv. Appl. Math. Mech.* 2(5), 587-608. (2010).
- [15] Q. Dai et L. Yang, LBM numerical study on oscillating flow and heat transfer in porous media. *Applied Thermal Engineering* 54:16e25 (2013)