



## Effet d'un fort gradient thermique sur la convection thermomagnétique d'un fluide paramagnétique en zéro gravité

Saber HAMIMID<sup>a, b</sup>, Messaoud GUELLAL<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Faculté des Sciences et des Sciences Appliquées, Université de Bouira, Bouira, Algérie

<sup>b</sup> Laboratoire de Génie des Procédés Chimiques, Université Ferhat ABBAS Sétif-1, Algérie  
*sa\_hamimid@yahoo.fr, messaoud.guellal@gmail.com*

**Résumé :** On se propose dans ce travail d'étudier l'effet d'une grande différence de température (360 K) sur les mouvements de convection créés par un gradient de champ magnétique dans une cavité carrée différentiellement chauffée, remplie d'air supposé être une substance paramagnétique et se trouvant dans un espace à gravité nulle. Sous un fort gradient thermique, l'hypothèse de Boussinesq n'est plus valide et un modèle dit faible nombre de Mach est utilisé pour traiter ce type d'écoulement caractérisé par des rapports de masse volumique importants.

**Mots clés :** convection thermomagnétique, paramagnétisme, volumes finis, force de Kelvin, LMN.

### 1. Introduction

Le couplage de la convection naturelle avec des phénomènes d'origine magnétique est d'un grand intérêt dans les domaines scientifiques et industriels. Avec l'application d'un champ magnétique externe, il est possible d'agir sur les écoulements sans aucun contact physique et ainsi contrôler les transferts thermique et massique.

La convection naturelle d'un fluide électroconducteur (ou substance ferromagnétique) contenu dans une cavité fermée représente un sujet adéquat de recherche scientifique [1], à cause de sa présence dans divers procédés industriels, tels que la géophysique, les systèmes de refroidissement des réacteurs nucléaires, les collecteurs de l'énergie solaire et spécialement lors du processus de croissance cristalline.

Bien que la force magnétique soit connue depuis de nombreuses décennies pour les matériaux ferromagnétiques, la découverte des supraconducteurs à haute température en 1986 a ouvert l'ère de son étude pour les matières générales. Avec l'utilisation d'un aimant supraconducteur, de nombreux phénomènes nouveaux ont été reportés dans divers domaines de la science. Les superordinateurs ont donné une poussée supplémentaire de la résolution numérique des problèmes complexes.

D'autre part, l'étude de la convection des fluides non électroconducteurs tels que les substances paramagnétiques ou diamagnétiques dues à la force de magnétisation semble avoir commencé depuis le rapport de Braithwaite et al. en 1991 [2] sur la mesure expérimentale des taux d'échanges thermiques de la solution de nitrate de gadolinium pour la configuration de la convection naturelle de type Rayleigh-Bénard dans l'espace de l'alsage d'un aimant supraconducteur.

La force magnétique agissant sur une substance dia- ou paramagnétique indique que la substance est sollicitée vers les champs plus faibles si elle est diamagnétique et vers les champs les plus intenses si elle est paramagnétique. C'est ainsi que dès 1845 Faraday distinguait d'ailleurs ces deux types de substances.

La force motrice, pour laquelle le terme moteur de cette convection est la force de magnétisation (ou aimantation ou magnétique) [3], est proportionnelle au gradient du carré du champ magnétique. Cette force est devenue largement applicable avec le développement des aimants supraconducteurs.

Parmi les études numériques portant sur la combustion sous champ magnétique, nous citons les travaux de F. Khaldi [4] qui a présenté une étude numérique combinée à une étude expérimentale portant sur l'action d'un champ magnétique non uniforme sur une flamme laminaire de diffusion propane/air issue d'un jet rond à très faible débit de gaz injecté pour affecter la convection d'air afin de favoriser la combustion. Il existe d'autres situations dans lesquelles la convection doit être augmentée, par exemple, pour améliorer la combustion des flammes de diffusion dans l'espace, où le champ magnétique peut être utilisé pour remplacer la gravité dans le cas de zéro-gravité, en particulier pour les liquides magnétiques qui sont prometteurs dans la technologie de l'espace où l'accélération de la pesanteur peut être remplacée par la force de volume magnétique [5-7]

Cet article a pour objectif d'appréhender les mécanismes mis en jeu lors de l'application d'un gradient de champ magnétique sur une cavité remplie d'air, supposé être une substance paramagnétique, le fluide est soumis

à un large gradient de température dans un environnement de zéro gravité où un mouvement de convection peut se générer auquel le terme moteur de mouvement est la force de Kelvin. Le système d'équations utilisé pour décrire ce problème est celui de l'approximation faible nombre de Mach.

L'application d'un gradient de champ magnétique peut, sous certaines conditions, modifier l'écoulement de l'air en raison des propriétés paramagnétiques de l'oxygène. Que ce soit pour le diamagnétisme ou le paramagnétisme, l'expression de la force magnétique appliquée aux matériaux linéaires paramagnétiques et diamagnétiques s'exprime sous la forme dite de Kelvin [8] :

$$\vec{F}_{kelvin} = \frac{\chi_m^*(T)}{2\mu_m^*} \nabla b^2 = \frac{\rho \chi^*(T)}{2\mu_m^*} \nabla b^2 \quad (1)$$

Où  $b$  est l'induction magnétique de la distribution de champ en absence de substance magnétique. La constante  $\chi_m^*$  est un nombre sans dimension appelé "susceptibilité magnétique spécifique" du matériau.

On peut rapporter les susceptibilités magnétiques à l'unité de masse. On a la relation :

$$\chi^* = \chi_m^* / \rho^* \quad (2)$$

La susceptibilité paramagnétique est inversement proportionnelle à la température absolue.

$$\chi^* = \frac{C}{T} \quad (3)$$

## 2. Configuration physique

La géométrie spatiale considérée est illustrée sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée de côté  $H$  contenant de l'air supposé être un gaz parfait et considéré comme une substance paramagnétique ; les parois verticales sont maintenues à des températures différentes  $T_C$  et  $T_F$ ,  $T_C \succ T_F$ , tandis que les parois horizontales sont supposées adiabatiques.

Nous supposons de plus que la cavité est soumise à un gradient vertical, Fig. 1a, (ou horizontal, Fig. 1b) uniforme de champ magnétique extérieur exciteur.

En outre, Les variations spatiales des champs magnétiques sont modélisées, dans le cas d'un gradient vertical du champ magnétique, à l'aide de profils gaussiens sous les formes suivantes [9]:

$$b(y) = b_0 e^{-\lambda(y-y_m)^2} \quad (4)$$

avec :

$$\lambda = -4Ln(10^{-2}) \quad (5)$$

$y_m$  représente l'ordonnée du point où le champ est maximum.

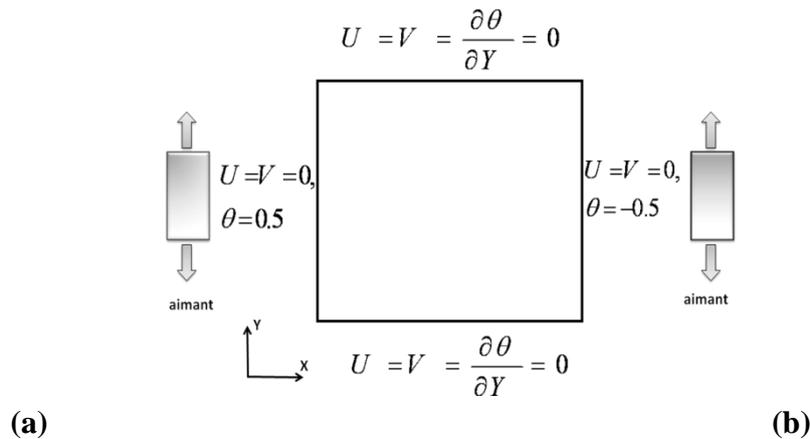


Figure 1: Configuration physique.

## 3. Formulation mathématique

Dans le modèle faible nombre de Mach, les équations adimensionnelles décrivant le problème étudié sont ceux données par Paolucci [10]. La force magnétique peut être incluse en tant que force extérieure supplémentaire dans les équations faible nombre de Mach comme suit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial X} + \frac{\partial \rho V}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial \Pi}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{3} \nabla \mu \nabla \cdot \vec{V} \right\} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = & -\frac{\partial \Pi}{\partial X} + \text{Pr} \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{1}{3} \nabla \mu \nabla \cdot \vec{V} \right\} \\ & + Ra_m \text{Pr} \frac{(\chi \rho - 1)}{4\varepsilon} \frac{\partial B^2}{\partial Y} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + \frac{\gamma - 1}{2\varepsilon \gamma} \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (9)$$

$$\rho = \frac{\bar{P}}{(2\varepsilon\theta + 1)} \quad (10)$$

$$\chi = \frac{1}{2\varepsilon\theta + 1} \quad (11)$$

Les équations précédentes (6-11) contiennent une inconnue supplémentaire  $\bar{p}$  (la pression thermodynamique). Afin de fermer le problème, il faut une équation supplémentaire traduisant l'état initial, c'est l'équation de conservation de la masse:

$$\bar{P} = \frac{\int_{\Omega} d\Omega}{\int_{\Omega} \frac{1}{2\varepsilon\theta + 1} d\Omega} \quad (12)$$

Où  $\Omega$  est le volume du système.

La deuxième équation supplémentaire est donnée par le calcul du terme  $\frac{d\bar{P}}{dt}$ . L'équation de

conservation de masse (6), associée à l'équation d'énergie (9) et l'équation d'état (10) permet d'écrire  $\frac{d\bar{P}}{dt}$  sous la forme :

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = 2\varepsilon\gamma \cdot \frac{1}{\int_{\Omega} d\Omega} \cdot \int_{\Omega} k \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (13)$$

On admet que la viscosité dynamique est prise soit constante  $\mu(T) = \mu(T_0) = \mu_0$  soit donnée par la loi de Sutherland :

$$\frac{\mu^*(T)}{\mu_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S_{\mu}}{T + S_{\mu}} \quad (14)$$

Avec  $T_0 = 273K$ ,  $S_\mu = 110.5K$ ,  $\mu_0 = 1.68 \times 10^{-5} kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ , [11].

La conductivité thermique est donnée par :

$$k^*(T) = \mu^*(T) \frac{C_{p0}^* k_0^*}{\nu_0^*} = \frac{\mu^*(T)}{Pr} \quad (15)$$

Les équations précédentes sont rendues adimensionnelles en utilisant les variables adimensionnées suivantes :

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2}, \quad X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad U = \frac{uH}{\alpha}, \quad V = \frac{vH}{\alpha}, \quad \Pi = \frac{p'H^2}{\rho\alpha^2}, \quad \bar{P} = \frac{\bar{p}}{p_0}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{\Delta T} \quad \text{ou :}$$

$$\Delta T = T_H - T_C, \quad T_0 = \frac{T_H + T_C}{2}, \quad \chi = \chi^* / \chi_0; \mu_m = \mu_m^* / \mu_{m0}; B = \frac{b}{b_0}$$

#### 4. Résultats et interprétations

Les différentes équations ont été discrétisées moyennant la procédure numérique des volumes finis et le schéma d'approximation utilisé est celui de la "loi de puissance" (Power Law) [12]. Le système d'équations ainsi discrétisées a été résolu par l'algorithme "SIMPLER" [13]. La technique ligne par ligne, qui combine entre une méthode directe (algorithme de thomas) et une méthode itérative (gauss Seidel), est utilisée pour la résolution des équations algébriques.

En apesanteur, l'absence de poussée d'Archimède rend impossible la convection naturelle dans l'air. Ceci complique la réalisation des échanges thermiques, et une des pistes possible consiste à recréer une gravité artificielle à l'aide de l'effet d'un gradient de champ magnétique. L'application d'un gradient de champ magnétique induit une variation de la susceptibilité magnétique du gaz qui conduit ainsi à une variation spatiale de la force de Kelvin et peut donc, sous certaines conditions, créer un mouvement de convection.

Les figures 2, 3 illustrent les résultats de simulation numérique des courants fluides dans la cavité en apesanteur, soumis au champ magnétique produit par un aimant placé à  $Y_m = 0.5$  pour  $Ra_m = 10^4$  et  $Ra_m = 10^6$ . Ces résultats montrent qu'il est possible de recréer une convection thermique en apesanteur, à partir de sources de champ magnétiques bien choisies. Même pour une position  $Y_m = 1$  de l'aimant, (Fig. 4), on peut observer des mouvements similaires à ceux de la convection naturelle thermogravitaire.

A cause de la symétrie des conditions aux limites en température ( $\theta = \pm 0.5$ ) et à la position de l'aimant ( $Y_m = 0.5$ ), les champs dynamique et thermique, (Fig. 2, 3 et 5) sont symétriques même pour de grande différence de température particulièrement dans le cas où les propriétés physiques sont constantes, cela est dû à l'absence de la force d'Archimède.

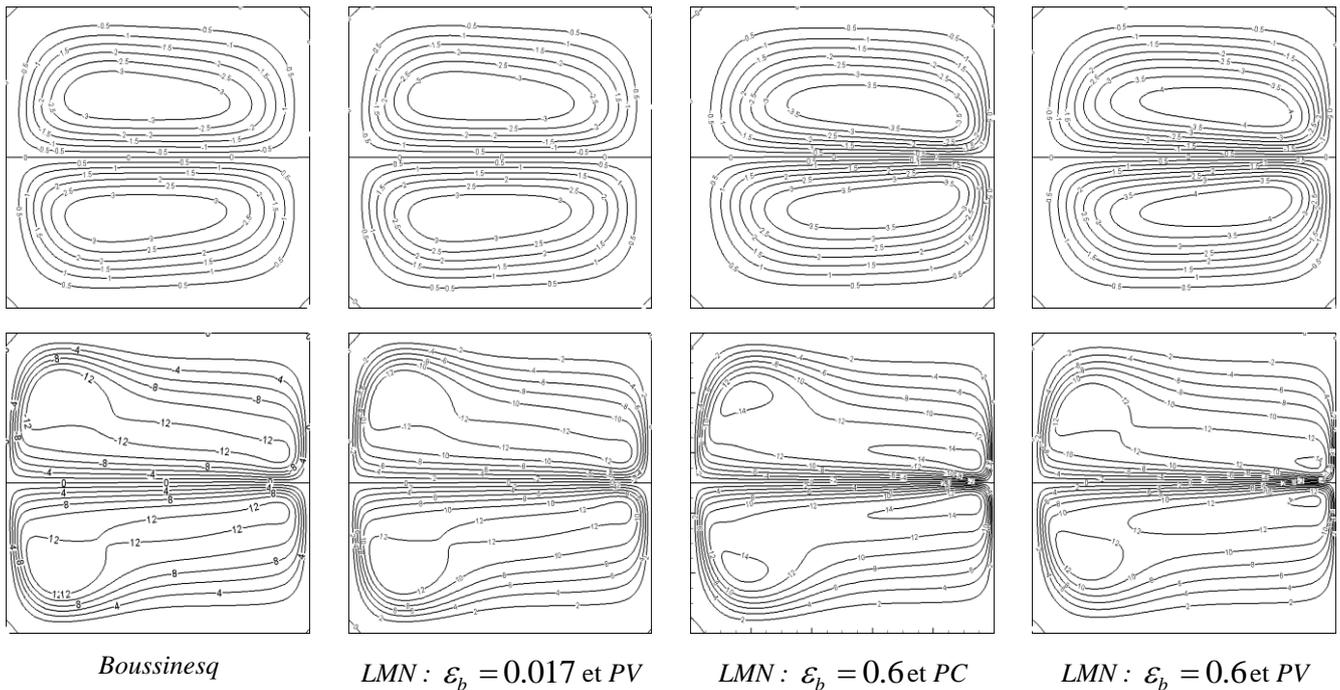
Par rapport au cas de faible différence de température, on remarque que les profils des lignes de courant et des isothermes gardent la même forme. Les gradients dynamiques et thermiques deviennent plus importants dans les régions où le champ magnétique est maximal près de la paroi froide à  $Y = 0.5$ , (Fig. 2, 3), et à  $Y = 1$ , (Fig. 4), à cause de la forte valeur de la force de Kelvin dans ces régions et surtout pour le cas où les propriétés physiques sont variables et  $Ra_m$  est élevé.

**Tableau 1** : Nombre de Nusselt convectif moyen aux parois actives pour  $Ra_m = 10^4$  et  $Ra_m = 10^6$ .

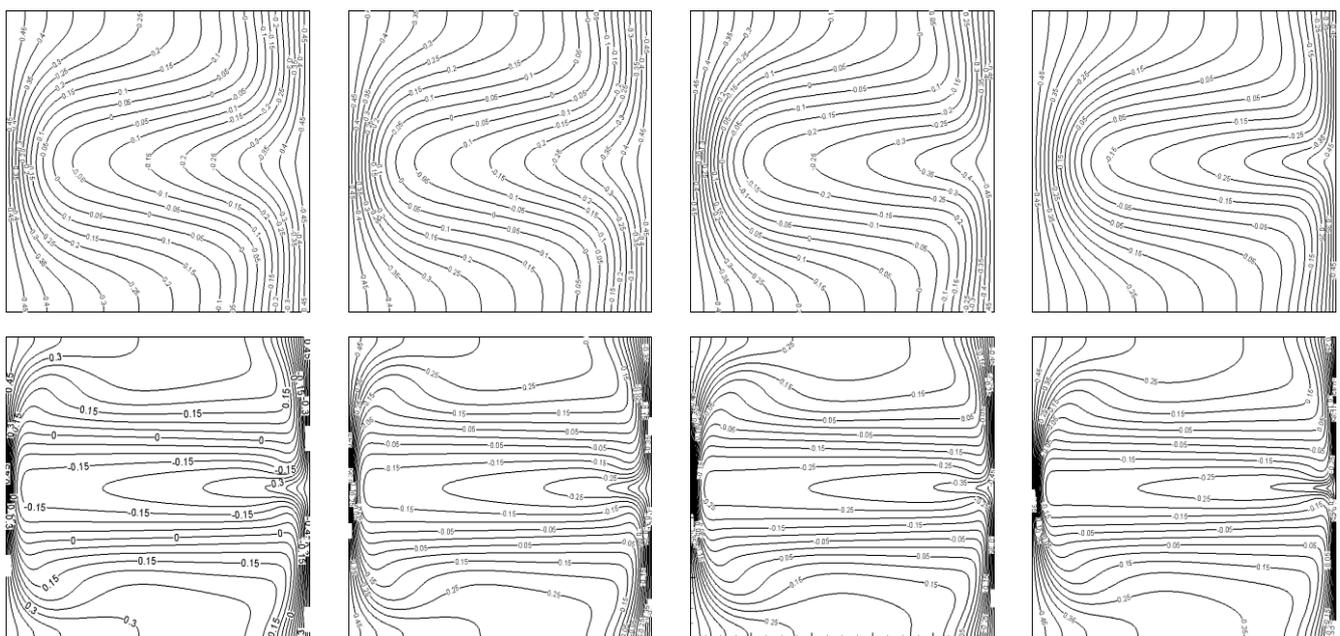
	<i>Boussinesq</i>	<i>LMN</i> : $\varepsilon_b = 0.017$ et <i>PV</i>	<i>LMN</i> : $\varepsilon_b = 0.6$ et <i>PC</i>	<i>LMN</i> : $\varepsilon_b = 0.6$ et <i>PV</i>
$Ra_m = 10^4$				
$Nu_C$	2,44621	2,44343	2,91564	2,76591
$Nu_F$	2,42327	2,44426	2,91748	2,76812
$Ra_m = 10^6$				

$Nu_C$	10,65441	10,66911	11,94421	11,38109
$Nu_F$	10,65268	10,66989	11,94654	11,38434

L'échange thermique au niveau des parois actives, présenté en termes de nombre de Nusselt, (Fig. 5 et 6 et Tab. 1), montre que pour une grande différence de température le transfert de chaleur au niveau de la paroi chaude est plus important que celui pour le cas de faible différence de température. Les propriétés physiques ont aussi un effet important sur le transfert thermique. Une réduction en échange thermique par rapport à des propriétés constantes est notée.

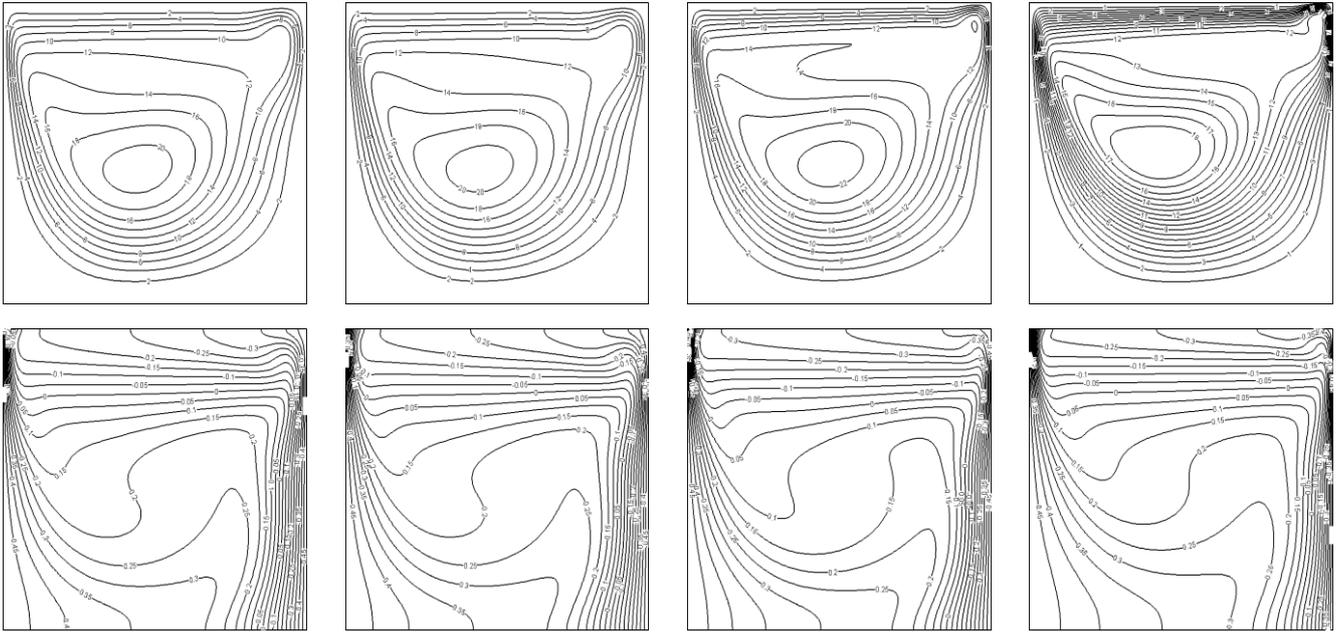


**Figure 2 :** Lignes de courant pour  $Ra_m = 10^4$  (haut) et  $Ra_m = 10^6$  (bas) pour  $Y_m = 0.5$  dans le cas  $g = 0$ .



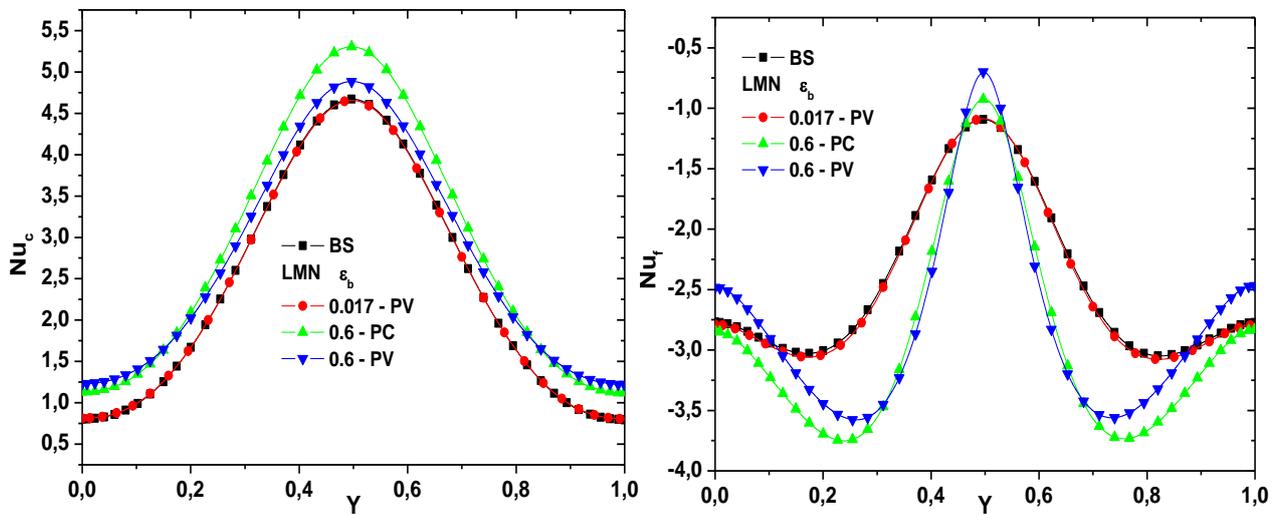
*Boussinesq*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.017$  et PV*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.6$  et PC*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.6$  et PV*

**Figure 3 :** Isothermes pour  $Ra_m = 10^4$  (haut) et  $Ra_m = 10^6$  (bas) pour  $Y_m = 0.5$  dans le cas  $g = 0$ .



*Boussinesq*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.017$  et PV*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.6$  et PC*      *LMN :  $\varepsilon_b = 0.6$  et PV*

**Figure 4 :** Lignes de courant (haut) et isothermes (bas) pour  $Ra_m = 10^6$  pour  $Y_m = 1$  dans le cas  $g = 0$ .



**Figure 5 :** Nombre de Nusselt sur la paroi chaude (gauche) et froide (droite) pour  $Ra_m = 10^4$  à zéro gravité.

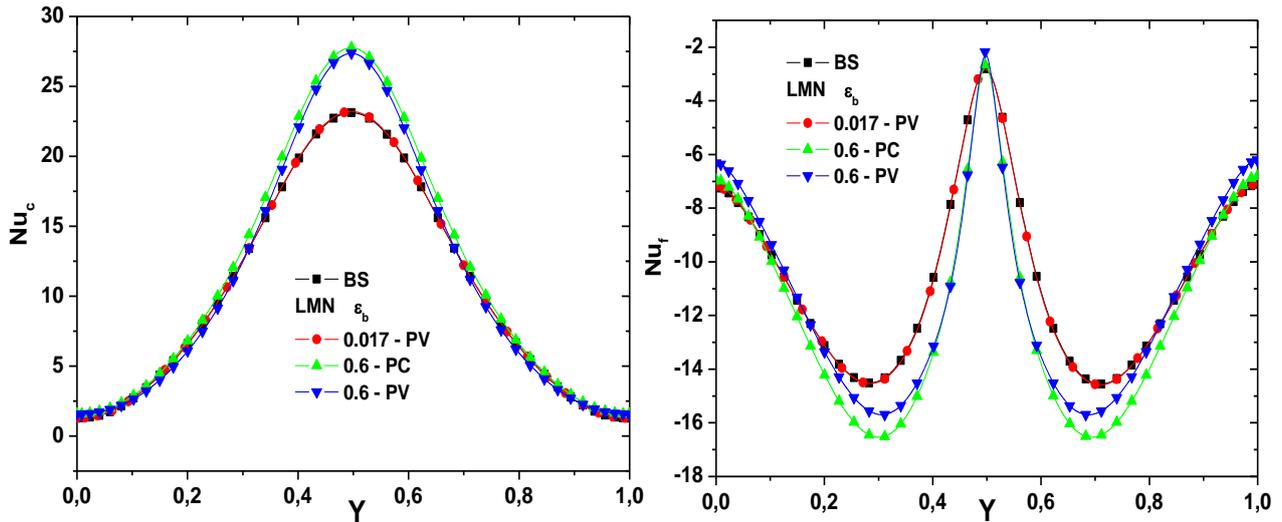


Figure 6 : Nombre de Nusselt sur la paroi chaude (gauche) et froide (droite) pour  $Ra_m = 10^6$  à zéro gravité.

## 5. Conclusion

Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'influence d'un fort gradient de température sur la convection thermomagnétique d'un fluide non électroconducteur paramagnétique dont la susceptibilité varie avec la température selon la loi de Curie. En présence d'un gradient thermique, la force de Kelvin apparaissant dans le fluide peut varier d'un point à un autre et créer ainsi un mouvement de convection qui fait augmenter ou diminuer la convection naturelle. A titre d'exemple, nous avons simulé la convection naturelle dans une cavité carrée en présence d'un champ magnétique externe généré par des aimants. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'existence d'une valeur seuil de la différence de température entre les parois actives de la cavité au-delà de laquelle l'approximation de Boussinesq n'est plus valide.

## Nomenclature

$b$	champ magnétique, Tesla
$b_0$	champ magnétique maximal $\mu_{m0}I / 2R$ , Tesla
$B$	champ magnétique adimensionnel
$Cp$	chaleur spécifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
$g$	accélération de la pesanteur $m.s^{-2}$
$H$	dimension de la cavité, m
$k$	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$p$	pression totale, Pa
$p'$	pression dynamique perturbée, Pa
$\bar{p}$	pression thermodynamique adimensionnelle
$\Pi$	pression dynamique adimensionnelle $(p - \bar{p} - p_0) / \rho_0 (\alpha_0 / H)^2$
$Pr$	nombre de Prandtl $\nu / \alpha$
$Ra$	nombre de Rayleigh, $g \beta \Delta T H^3 / (\nu \alpha)$
$Ram$	nombre de Rayleigh magnétique $\beta \Delta T H^2 \chi_0 B_0^2 / \mu_m \nu \alpha$
$t$	temps, s
$T$	température dimensionnelle, K
$u, v$	composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$
$U, V$	vitesse adimensionnelles
$x, y$	coordonnées cartésiennes, m
$X, Y$	coordonnées adimensionnelles

## Symboles grecs

$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$\beta$	coefficient d'expansion thermique: $K^{-1}$
$\Delta T$	différence de température, $K$
$\varepsilon$	Paramètre de Boussinesq $\varepsilon = \Delta T / 2T_0$
$\mu$	viscosité dynamique du fluide, $Kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\mu_m$	perméabilité absolue du vide, $H.m^{-1}$
$\chi_m$	susceptibilité magnétique
$\nu$	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$

## Références

- [1] **S. Chandrasekhar**, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, *Oxford University Press*, Dover, 1961.
- [2] **D. Braithwaite, E. Beaunon, R. Tournier**, Magnetically controlled convection in a paramagnetic fluid, *Nature*, Vol. 354-14, 667–673, 1991.
- [3] **H. Ozoe**, Magnetic Convection, *Imperial College Press*, ISBN 1-86094-578-3, 2005.
- [4] **F. Khaldi**, Flammes de diffusion laminaires dans un gradient magnétique vertical, *Thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble*, 2004.
- [5] **H. Yamaguchi, Z. Zhang, S. Shuchi, K. Shimada**, Gravity simulation of natural convection in magnetic fluid, *JSME International Journal*, Series B, Vol. 45(1), pp.61-65, 2002.
- [6] **B.M. Berkovsky**, Magnetic fluids engineering applications, *1st ed.*, *Oxford Univ. Press*, New York, pp. 214-228, 1993.
- [7] **T. Lyubimova, A. Mailfert**, Thermal convection in a closed cavity in zero-gravity space conditions with stationary magnetic forces. NAMES10, *J. Phys., Conference Series* 416, 012027, 2013.
- [8] **O. Hiroyuki**, Magnetic Convection, Kyushu University, Japan, *Imperial College Press*, London, 2005.
- [9] **S. Tonino, H. Sadat, L. Gbahoue**, Convection thermomagnétique dans une cavité différentiellement chauffée. *Int. Commun. Heat. Mass.*, Vol. 32, pp. 923–930, 2005.
- [10] **S. Paolucci**, On the filtering of sound from the Navier-Stokes equations, *Technical report*, Sandia National Laboratory, SAND82-8257, 1982.
- [11] **White, F. M.**, 1974, “Viscous Fluid Flow”, McGraw-Hill.
- [12] **S. V. Patankar**, A calculation procedure for two-dimensionnal elliptic situations. *Numer. Heat Transfer*. Part A, Vol. 14(25), pp. 409, 1981.
- [13] **S.V. Patankar**, Numerical heat transfer and fluid flow. *Hemisphere*, Washington, D.C., U.S.A, 1980