



## Effet de la magnétohydrodynamique sur le transfert de chaleur et la production d'entropie pour un écoulement pulsé dans une cavité ouverte

Fatma ZAMZARI<sup>1</sup>, Zouhaier MEHREZ<sup>1,2</sup>, Afif El GAFSI<sup>1</sup>, Ali BELGHITH<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>LETTM, Faculté des Sciences de Tunis, El Manar 2092, Université d'el Manar, TUNISIE  
<sup>2</sup>ISSATG, Rue Omar Ibn Khattab, 6072 Zrig, Gabes, Université d'el Manar, TUNISIE  
Email des auteurs : [fatmazamzari@live.fr](mailto:fatmazamzari@live.fr)

**Résumé:** Dans ce travail, nous étudions numériquement la convection mixte dans une cavité ouverte en mettant l'accent sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement laminaire pulsé affleurant cette cavité. Les équations qui régissent ce phénomène ont été résolues par une approche numérique, basée sur la méthode des volumes finis, les simulations ont été effectuées pour une fréquence de pulsation  $0 \leq St_p \leq 1$ , une amplitude de pulsation  $A_p = 0.1$ , le nombre de Richardson a été varié entre 0.25 et 1, le domaine de variation du rapport de forme de la cavité est compris entre 1 et 2, le nombre de Reynolds est fixé à une valeur  $Re = 200$ . L'effet de variation de ces paramètres sur les champs thermique, dynamique et sur la production d'entropie est présenté et analysé.

### Mots clés :

Écoulement pulsé, génération d'entropie, Cavité ouverte, Convection mixte.

## 1. Introduction

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique consacré à l'étude des écoulements des fluides conducteurs de l'électricité (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs magnétiques. Ces types d'écoulements se rencontrent souvent dans la nature (noyaux terrestre, Plasmas solaire, etc...) ainsi que dans des processus industriels (métallurgie notamment).

Ces dernières années, beaucoup de travaux se sont intéressés au transfert de chaleur par convection mixte en présence d'un champ magnétique appelé communément magnétohydrodynamique (M.H.D). L'étude des écoulements MHD a suscité un intérêt considérable vue son importance dans plusieurs applications industrielles telles que : la technologie solaire, le refroidissement des réacteurs nucléaires, formation des cristaux dans le liquide, les équipements électroniques et les dispositifs microélectroniques. Les études dans le domaine de la MHD ont montré aussi que l'imposition d'un champ magnétique permet de contrôler les transferts thermique et massique.

Oztop et al. [1] ont étudié la convection mixte laminaire en présence d'un champ magnétique dans une cavité carrée entraînée avec un coin chauffé. L'effet des paramètres pertinent tel que le nombre de Grashof, le nombre de Hartmann et les dimensions du coin chauffé sur le champ d'écoulement et le transfert de chaleur est analysé. Les résultats montrent que le transfert de chaleur diminue en augmentant le nombre de Hartmann. Ils ont trouvé que le champ magnétique joue un rôle très important pour contrôler les transferts thermiques et l'écoulement du fluide

Rahman et al. [2] ont présenté une étude numérique l'effet du champ magnétique sur un écoulement en convection mixte dans un canal horizontal avec une cavité ouverte chauffé par le bas en utilisant la technique des éléments finis résiduels pondérés de Galerkin. Ils ont montré que les paramètres considérés (nombre de Hartmann, le nombre de Reynolds et le nombre de Rayleigh) ont des effets significatifs sur les champs thermiques à l'intérieur de la cavité. A la surface chauffée, le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de  $Ra$  et  $Re$ , par contre  $Nu$  diminue lorsque  $Ha$  croit.

Avec la même géométrie, Rahman et al. [3] ont suivi leurs études mais ils ont considéré pour cette simulation une cavité carrée chauffée totalement (cas 1) ou partiellement (cas 2) par le côté gauche. Ils ont montré que la longueur du chauffage devient insignifiante sur le champ d'écoulement pour des valeurs du nombre de Hartmann élevées. Pour des valeurs du nombre de Rayleigh élevées, le transfert de chaleur devient plus important pour le cas où la cavité est partiellement chauffée (cas 2).

Ahmed et al. [4] ont étudié numériquement de la convection mixte magnétohydrodynamique dans une cavité inclinée. Les parois verticales sont soumises à une variation sinusoïdale de la température, tandis que les parois horizontales sont maintenues adiabatiques. La paroi horizontale supérieure est animée d'un mouvement de translation uniforme. Leurs résultats montrent que le taux de transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Ha et l'angle d'inclinaison de la cavité.

L'effet de l'orientation d'un champ magnétique sur la convection mixte dans une cavité entraînée est examiné par Kefayati et al. [5]. Ils ont prouvé que l'augmentation du nombre de Richardson améliore le transfert de chaleur, par contre l'augmentation du nombre de Hartmann défavorise les transferts thermiques. Pour une valeur de  $Ri=100$ , l'effet du champ magnétique horizontal sur le transfert de chaleur est plus important que celui d'un champ magnétique vertical.

Récemment, Zouhaier Mehrez et al. [6] ont étudié numériquement l'effet de la magnétohydrodynamique sur le transfert de chaleur et la production d'entropie pour un écoulement en convection mixte du nanofluide (Cu-eau) dans une cavité ouverte chauffée par le bas. Ils ont montré que le comportement de l'écoulement, le transfert de chaleur et la production d'entropie dépendent de l'intensité et de l'orientation du champ magnétique.

## 2. Configuration géométrique et condition aux limites

La figure (1) représente la configuration géométrique, il s'agit de la même configuration du chapitre 4 : un canal horizontal avec une cavité ouverte bidimensionnelle de longueur  $L$  et de hauteur  $H$ . La longueur du canal  $l$  est fixée à  $7H$ . Le fond de la cavité est chauffé à une température  $T_H$  constante, tandis que le reste des parois solides sont bien isolées. A l'entrée de domaine, on a imposé un profil de vitesse parabolique. Dans ce chapitre, cette cavité est soumise à l'action d'un champ magnétique externe uniforme, d'intensité constante  $B_0$ . Le vecteur champ magnétique est défini par l'équation suivante :  $\vec{B} = B_0 \vec{k}$ . Comme condition aux limites, nous imposons la condition d'adhérence ( $U=V=0$ ) sur toutes les parois solides, et la condition convective  $\left( \frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \right)$  à la sortie. A l'entrée de domaine, nous imposons un profil de vitesse parabolique  $U = (1 + A \sin(2\pi St_a))$ .

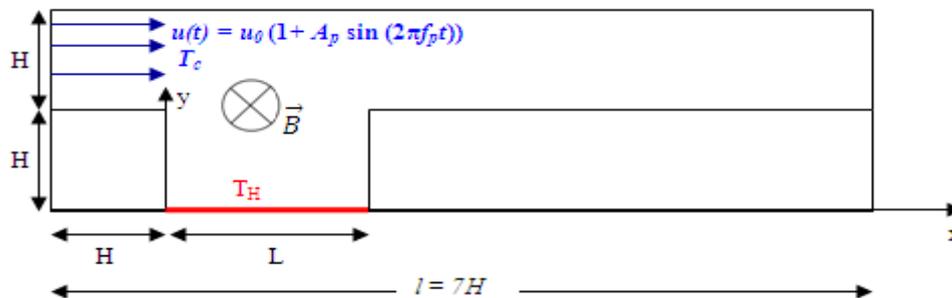


Figure (V- 1): Configuration géométrique

## 3. Equations représentatives de l'écoulement

L'écoulement d'un fluide en convection mixte exposé à l'action d'un champ magnétique extérieur uniforme de direction transversale. Dans l'équation de Navier Stokes s'ajoute un terme qui représente la force de Lorentz qui s'écrit de la façon suivante:

$$\vec{F}_L = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

Où  $\vec{j}$  est le vecteur densité de courant s'écrit :

$$\vec{j} = \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B})$$

Avec  $\sigma$  la conductivité électrique du fluide

$\vec{v}$  : c'est le vecteur vitesse

$$\vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j}$$

$\vec{B}$  : c'est le champ magnétique uniforme qui s'écrit de la façon suivante

$$\vec{B} = B_0 \vec{k}, \quad B_0 : \text{norme de champ magnétique.}$$

Compte tenu de ces expressions la force de Lorentz s'écrit :

$$\vec{F}_L = -\sigma B_0^2 (u \vec{i} + v \vec{j})$$

En se basant sur l'hypothèse ci-dessus l'équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans un système de coordonnées cartésiennes bidimensionnelles est :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

- **Equation de conservation de la quantité de mouvement**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \sigma B_0^2 u \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_c) - \sigma B_0^2 v \quad (4)$$

- **Equation de conservation de l'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Les paramètres adimensionnels suivants sont utilisés pour obtenir la forme adimensionnelle des équations:

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, t_a = \frac{tu_0}{H}, \theta = \frac{(T - T_c)}{(T_H - T_c)}, U = \frac{u}{u_0}, V = \frac{v}{u_0}, W = \frac{w}{u_0}, P = \frac{p + \rho g y}{\rho u_0^2} \quad (6)$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}, Gr = \frac{g\beta H^3 (T_H - T_c)}{\nu^2}, Re = \frac{u_0 H}{\nu}, Pr = \frac{\mu c_p}{k}, Ha = B_0 H \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}}$$

Ha c'est nombre de Hartmann, ce nombre est défini comme étant le rapport entre la viscosité magnétique et la viscosité du fluide caractérise l'intensité du champ magnétique. Compte tenu des hypothèses simplificatrices, les équations générales régissant l'écoulement et le transfert thermique sont exprimées sous leur forme adimensionnelle suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t_a} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{Ha^2}{Re} U \quad (8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t_a} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ri\theta - \frac{Ha^2}{Re} V \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t_a} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \cdot Re} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (10)$$

### Transfert de chaleur

En introduisant les paramètres adimensionnels définis dans l'équation (5.6) on obtient le nombre de Nusselt local

$$Nu = \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad (12)$$

L'intégration de l'expression du nombre de Nusselt local, permet de calculer le nombre de Nusselt moyen spatial. Celui-ci est donné par l'expression :

$$Nu_s = \frac{I}{L/H} \int_0^{\frac{L}{H}} NudX \quad (13)$$

En intégrant  $Nu_s$  sur une période de pulsation, on obtient le nombre de Nusselt spatio-temporel donné par l'expression :

$$Nu_m = \frac{I}{\tau} \int_0^{\tau} Nud\tau \quad (14)$$

Pour caractériser le taux de variation des transferts thermiques en appliquant un champ magnétique on introduit un nombre de Nusselt normalisé  $Nu_m^*$  défini comme étant le rapport du nombre de Nusselt pour un nombre de Hartmann  $Ha=10$  sur le nombre de Nusselt sans champ magnétique ( $Ha=0$ ).

$$Nu_m^* = \frac{Nu_m(Ha = 50)}{Nu_m(Ha = 0)} \quad (15)$$

### La production d'entropie

Par rapport à l'expression de la production d'entropie donnée dans les chapitres précédents, sous l'action de la force magnétique un terme s'ajoute du à la présence du champ magnétique, ce terme s'écrit de la façon suivante:

$$\frac{\sigma_f}{T_0} (\vec{V} \wedge \vec{B})^2$$

La production d'entropie locale s'écrit alors :

$$S_{gen} = \frac{K}{T_0^2} \left( \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{\mu}{T_0} \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]^2 \right\} + \frac{\sigma_f (\vec{V} \wedge \vec{B})^2}{T_0} \quad (16)$$

Le premier terme représente les irréversibilités dues au gradient de température, le second terme correspond aux irréversibilités dues aux effets visqueux et le dernier terme est dû à la force magnétique.

En divisant  $S_{gen}$  par  $\frac{k(T_H - T_C)^2}{(T_0 H)^2}$  et en utilisant les mêmes paramètres adimensionnels donnés ci-dessous l'équation précédente prend la forme adimensionnel suivant :

$$S_{gen} = \left( \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right) + \chi \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right]^2 \right\} + \chi Ha^2 (U - V)^2 \quad (17)$$

$\chi$  c'est le facteur d'irréversibilité, il est défini par

$$\chi = \frac{\mu_f T_0}{k_f} \left( \frac{u_0}{T_H - T_C} \right)^2$$

La moyenne spatiale de la production d'entropie sur tout le domaine d'écoulement est calculée en utilisant la relation suivante:

$$Ns_s = \frac{1}{\vartheta} \int S_{gen} d\vartheta = N_{S_{s,c}} + N_{S_{s,v}} + N_{S_{s,M}} \quad (18)$$

$\vartheta$  est le volume du domaine de calcul  $\vartheta$

Avec:

$$\begin{aligned}
Ns_{s,c} &= \frac{1}{\mathcal{G}} \int S_{gen,c} d\mathcal{G} && \text{entropie produite par diffusion thermique} \\
Ns_{s,v} &= \frac{1}{\mathcal{G}} \int S_{gen,v} d\mathcal{G} && \text{entropie produite par dissipation visqueuse} \\
Ns_{s,M} &= \frac{1}{\mathcal{G}} \int S_{gen,M} d\mathcal{G} && \text{entropie produite par le champ magnétique}
\end{aligned} \tag{19}$$

La moyenne spatio-temporelle de la génération d'entropie est obtenue en intégrant l'expression de  $Ns_s$  sur une période de pulsation:

$$Ns_m = \frac{1}{\tau} \int Ns_s d\tau = Ns_{m,c} + Ns_{m,v} + Ns_{m,M} \tag{20}$$

Le taux de variation de l'entropie par l'application d'un champ magnétique est défini comme étant le rapport de l'entropie pour un nombre de Hartmann  $Ha=10$  sur l'entropie sans champ magnétique ( $Ha=0$ ).

$$Ns_m^* = \frac{Ns_m(Ha = 50)}{Ns_m(Ha = 0)} \tag{21}$$

Afin de connaître l'irréversibilité dominante, il est nécessaire d'introduire le nombre de Bejan qui est défini par :

$$Be = \frac{Ns_c}{Ns_c + Ns_v + Ns_M} \tag{22}$$

Ce nombre permet de montrer la contribution des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie.

## 4. Résultats et discussions

Dans ce chapitre, nous étudions numériquement l'effet de la magnétohydrodynamique sur le comportement dynamique et thermique d'un écoulement laminaire pulsé dans une cavité ouverte. Les simulations ont été effectuées pour une fréquence de pulsation  $0 \leq St_p \leq 1$ , une amplitude de pulsation  $A_p=0.1$ , le nombre de Richardson a été varié entre 0.25 et 1, le domaine de variation du rapport de forme de la cavité est compris entre 1 et 2, le nombre de Hartmann ( $Ha$ ) est varié entre 0 et 50, le nombre de Reynolds est fixé à une valeur  $Re=200$ . L'effet de variation de ces paramètres sur les champs thermique, dynamique ainsi que sur la production d'entropie est présenté et analysé.

### 4.1. Lignes de courant et isothermes :

L'effet de la variation de l'intensité du champ magnétique sur l'écoulement est illustré sur la figure (2) qui représente la fonction de courant (en haut) et les isothermes (en bas) pour différents nombres de Hartmann, différents rapports de forme avec  $St=0$ ,  $A=0.1$ ,  $Ri=0.5$  et  $Re=200$ .

Une large cellule de recirculation occupant presque toute la cavité est observée pour des faibles valeurs de  $Ha$  ( $Ha < 10$ ) pour tous les rapports de forme de la cavité en raison de la domination de la force de flottabilité. L'intensité des lignes de courant s'affaiblit en augmentant le nombre de Hartmann. Pour des valeurs de  $Ha$  élevées ( $Ha \geq 10$ ), la cellule de recirculation disparaît due aux faibles gradients de vitesse, ce qui permet au fluide de pénétrer et de quitter la cavité sans rotation. Pour des faibles valeurs de  $Ha$  ( $Ha \leq 10$ ), une intensification du champ d'écoulement en augmentant le rapport de forme de la cavité est observée sauf pour le cas  $Ha=5$  où l'écoulement pour un rapport de forme  $L/H=1.5$  est légèrement plus intense que pour  $L/H=2$ . Pour des grandes valeurs de  $Ha$  ( $Ha \geq 30$ ), le champ d'écoulement est plus intense pour  $L/H=1.5$  que pour  $L/H=2$ . Il est à signaler que pour des valeurs de  $Ha > 10$ , il y a une intensification des lignes de courant qui deviennent plus serrées dans la cavité.

Le champ de température est illustré sur la figure (2). La distribution de  $T$  indique la formation d'une couche thermique près de la paroi chauffée (stratification thermique) qui est plus proche du côté droit de la cavité pour les faibles valeurs de  $Ha$ . En augmentant le nombre de Hartmann, les isothermes deviennent parallèles indiquant la domination du mode de transfert de chaleur par conduction. Pour des valeurs élevées du nombre de Hartmann, les isothermes qui sont plus proches du côté gauche de la cavité s'éloignent progressivement en se déplaçant vers

$L/H=1$

$L/H=1.5$

$L/H=2$

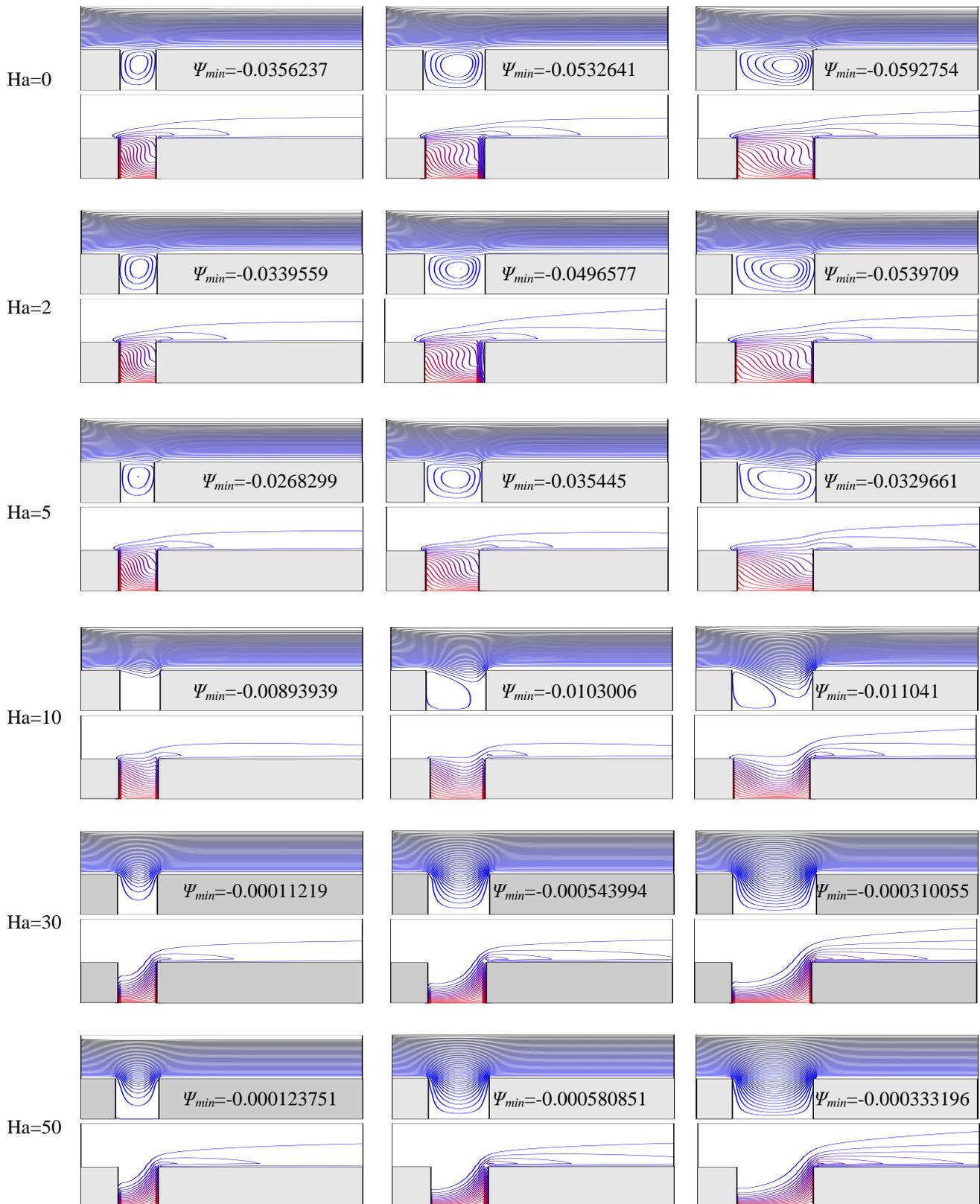


Figure (2): - En haut: contours des lignes de courant; en bas: contours des isothermes pour différents nombres de Ha et différents rapport de forme ( $St=0$ ,  $A=0.1$ ,  $Ri=0.5$ )

le coté droit jusqu'à ce qu'elles atteignent la sortie. En augmentant le rapport de forme, les isothermes deviennent moins serrées, et elles se condensent près de la paroi active où les gradients de température sont élevés.

## 4.2. Nombre de Nusselt

Pour mettre en évidence les échanges thermiques, nous présentons le tracé du nombre de Nusselt moyen dans la cavité. La figure (3) représente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Hartman ( $Ha$ ), pour différents nombres de Richardson et différents rapports de forme de la cavité. Cette figure montre que, les courbes ont la même allure: le nombre de  $Nu_m$  diminue en augmentant le nombre de Hartmann jusqu'à atteindre une valeur minimale ( $Nu_m$  est minimale pour  $Ha=10$  hormis pour  $L/H=2$  avec  $Ri=0.25$  et  $Ri=0.5$   $Nu_m$  est minimale pour  $Ha=5$ ), puis augmente. Par ailleurs la présence du champ magnétique défavorise le transfert thermique pour les faibles valeurs de  $Ha$ . Mais pour des fortes valeurs de  $Ha$  l'intensification de la force de Lorentz améliore le transfert de chaleur. Cette figure montre que l'augmentation du nombre de

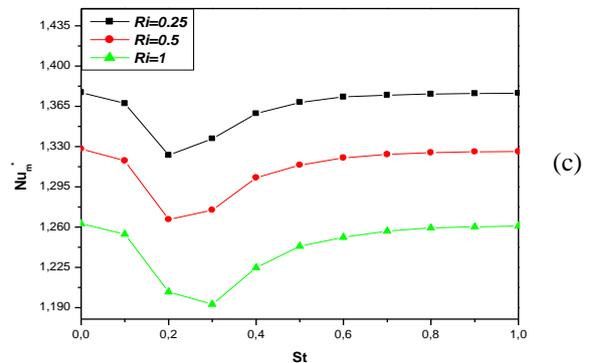
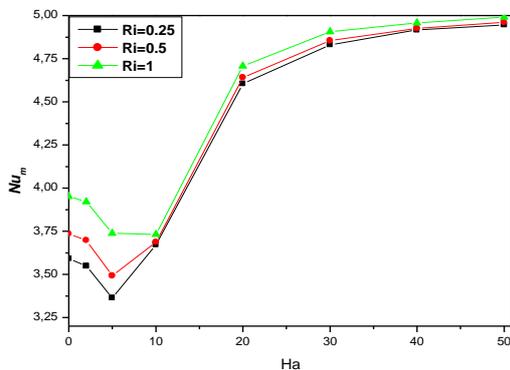
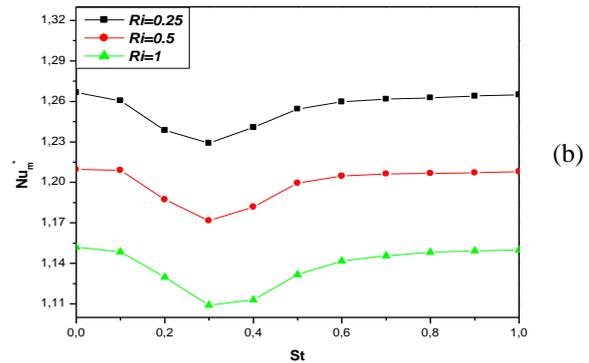
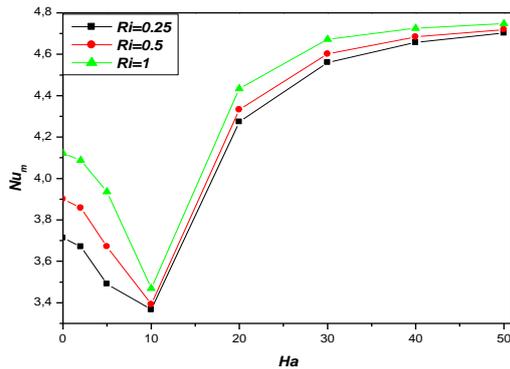
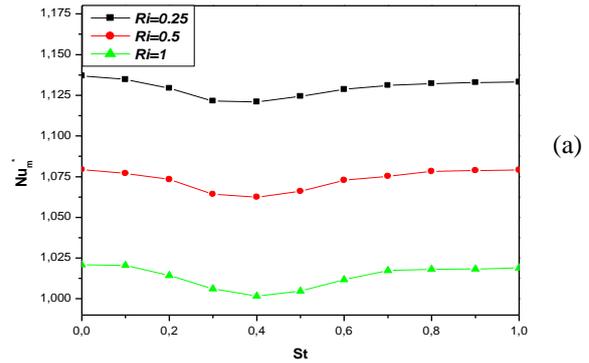
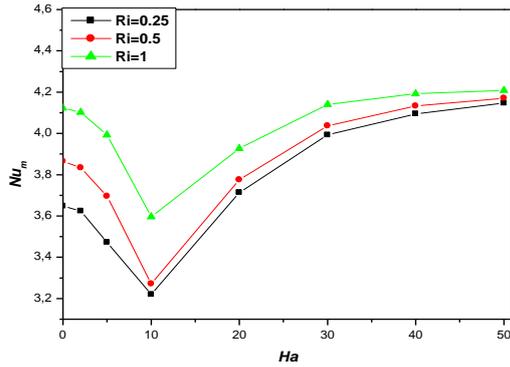


Figure (3): Variation de  $Nu_m$  en fonction de  $Ha$  pour différents nombre de Richardson:

(a)  $L/H=1$ , (b)  $L/H=1.5$ , (c)  $L/H=2$

Figure (4): Variation de  $Nu_m^*$  en fonction de  $St$  pour différents nombres de Richardson avec

$A_D = 0.1$ . (a)  $L/H=1$ ; (b)  $L/H=1.5$  and (c)  $L/H=2$

Richardson favorise les transferts thermiques. Les résultats montrent que pour des faibles nombres de Hartmann ( $Ha < 10$ ) et pour tout les nombres de Richardson, les meilleures performances thermiques sont atteintes pour un

rapport de forme de la cavité  $L/H=1.5$ . En revanche, pour des nombres de Hartmann élevés ( $Ha \geq 10$ ), les transferts thermiques sont maximales pour  $L/H=2$ .

L'influence du champ magnétique sur le taux de transfert de chaleur est illustrée sur la figure (4). Cette figure représente la variation du nombre de Nusselt normalisé  $Nu_m^*$  en fonction de la fréquence de pulsation pour différents nombres de Richardson et différents rapports de forme de la cavité. Il est à noter que  $Nu_m^* > 1$ , ce qui montre que l'introduction d'un champ magnétique (avec une valeur de  $Ha=50$ ) permet d'optimiser les performances thermiques. Comme le montre la figure,  $Nu_m^*$  diminue en augmentant la fréquence de pulsation atteint une valeur minimale puis augmente. L'augmentation du nombre de Richardson défavorise le transfert de chaleur pour toutes les valeurs de  $L/H$ , par contre l'augmentation du rapport de forme de la cavité, favorise ce transfert. On peut également noter que l'augmentation de  $L/H$  permet de décaler la valeur minimale du taux de transfert de chaleur vers la gauche (faibles valeurs de  $St$ ).

### 4.3. La production d'entropie

La figure (5) représente l'évolution de l'entropie moyenne en fonction du nombre de Hartmann pour différents nombres de Richardson et différents rapports de forme de la cavité. Les résultats montrent que la production d'entropie augmente considérablement en augmentant le nombre de Hartmann et ceci est expliqué par le fait que l'intensification du champ magnétique permet d'accélérer l'écoulement, ce qui augmente les gradients de température et de vitesse et par suite l'augmentation de la contribution des irréversibilités dues aux effets visqueux et thermique dans la production d'entropie. Cette figure entraîne également que l'augmentation du rapport de forme de la cavité affaiblit la production d'entropie dans la cavité et ceci peut être expliqué par l'atténuation des irréversibilités dues aux effets visqueux. Cette atténuation est plus visible pour les grandes valeurs de  $Ha$ . D'autre part, l'augmentation du nombre de Richardson permet d'augmenter la production d'entropie due à l'augmentation des cotisations dues aux effets visqueux et thermiques.

L'effet de l'application du champ magnétique sur le taux de production d'entropie est présenté sur la figure (6). Cette figure illustre la variation de  $Ns_m^*$  en fonction de la fréquence de pulsation pour différents nombres de Richardson et différents  $L/H$ . Cette figure montre une énorme augmentation du taux de production d'entropie par application du champ magnétique. On peut noter également que  $Ns_m^*$  diminue en augmentant  $St$  pour atteindre des valeurs minimales puis augmente de nouveau. En augmentant le nombre de Richardson ou le rapport de forme de la cavité,  $Ns_m^*$  diminuent. De plus l'augmentation du rapport de forme de la cavité permet de décaler la valeur minimale du taux de production d'entropie vers la gauche (vers les faibles valeurs de  $St$ ).

### 4.4. Nombre de Bejan

Afin de mieux comprendre si l'entropie est générée par les effets visqueux ou thermiques, la figure (7) montrent l'influence du nombre de Hartmann sur le nombre de Bejan pour différents nombres de Richardson ainsi que pour différents rapports de forme de la cavité. Les résultats montrent que pour  $Ha=0$ ,  $Be$  est de l'ordre de 0.9 ce qui montre la dominance des irréversibilités dues aux effets thermiques. Cette dominance est atténuée en augmentant le nombre de Hartmann due à l'intensification des effets visqueux et par suite  $Be$  diminue considérablement. Cette figure montre également que, pour des valeurs de  $Ha \geq 5$ , donc il y a domination de la contribution des effets visqueux dans la génération d'entropie par rapport à celle des effets thermiques. L'augmentation du rapport de forme de la cavité permet d'augmenter le nombre de Bejan et ceci peut être expliqué par l'intensification des irréversibilités dues aux transferts thermiques par rapport à celle des effets visqueux. En augmentant le nombre de Richardson,  $Be$  augmente pour toutes les valeurs de  $L/H$  indiquent l'intensification de l'entropie due aux effets thermiques comparant à celle due aux effets visqueux.

## Conclusion

Une méthode numérique a été employée pour analyser l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité carrée chauffée par le bas contenu dans un canal horizontal en présence d'un champ magnétique. La présence d'un champ magnétique influe sur les champs d'écoulement, sur les transferts thermiques et sur la production d'entropie.

Les principales conclusions du chapitre peuvent être résumées comme suit:

- L'intensité des lignes de courant et les isothermes sont considérablement affectés par la présence du champ magnétique.
- Le transfert de chaleur ainsi que la production d'entropie diminuent en appliquant un champ magnétique pour des faibles valeurs du nombre de Hartmann. Mais pour des grandes valeurs de  $Ha$ ,  $N_{um}$  et  $N_{sm}$  augmentent en augmentant l'intensité de la force magnétique.

- Les taux de transfert de chaleur et de production d'entropie varient en variant le nombre de Hartmann. Ils diminuent pour des faibles valeurs de Ha et augmentent pour des valeurs élevées de Ha.
- Une étude sur le nombre de Bejan qui nous indique si l'entropie est générée par les effets visqueux ou thermiques, à été faite dans le but de bien comprendre le phénomène de l'entropie et l'influence des gradients de température et de vitesse sur les pertes.

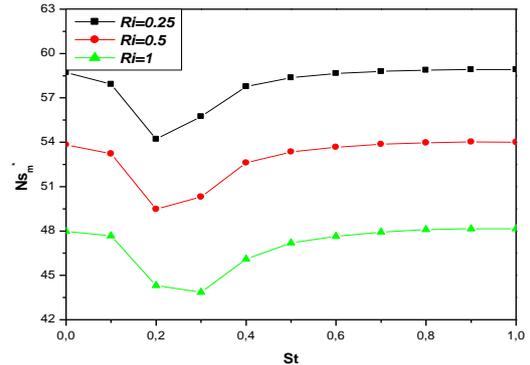
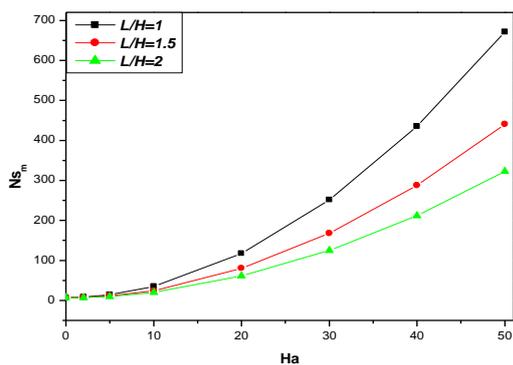
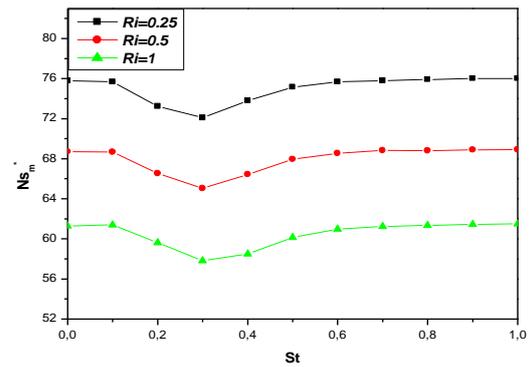
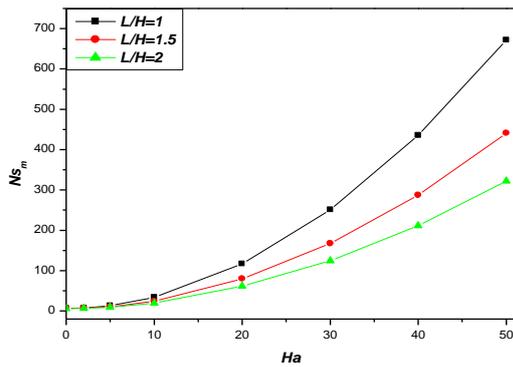
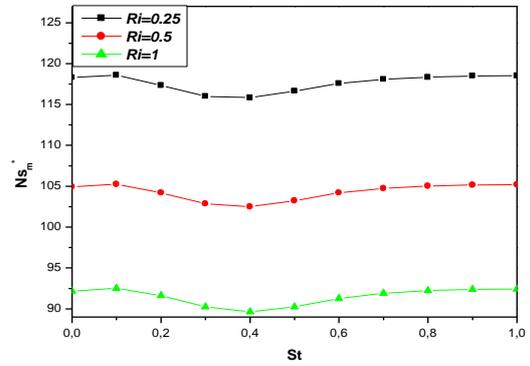
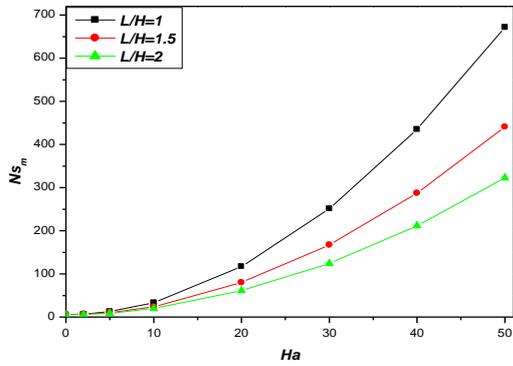
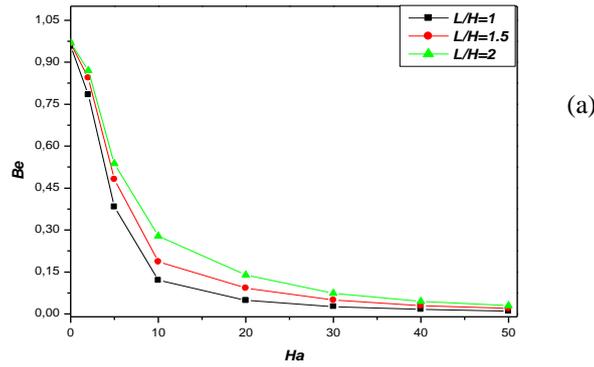
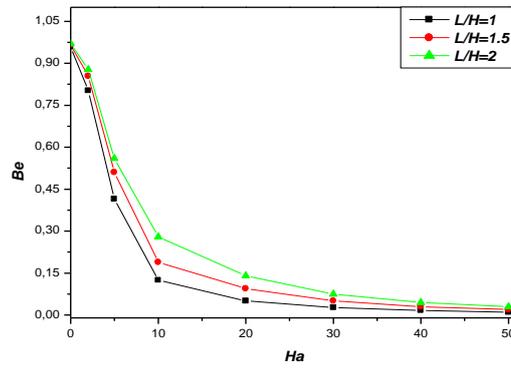


Figure (5): Variation du nombre de  $N_{sm}$  en fonction de  $Ha$  pour différents rapport de forme: (a)  $Ri=0.25$ , (b)  $Ri=0.5$ , (c)  $Ri=1$

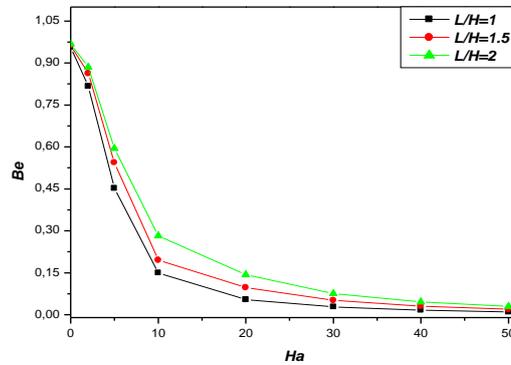
Figure (6): Variation de  $N_{sm}^*$  en fonction de  $St$  pour différents nombres de Richardson avec  $An = 0.1$ . (a)  $L/H=1$ ; (b)  $L/H=1.5$  and (c)  $L/H=2$



(a)



(b)



(c)

Figure (7): Variation du nombre de Bejan en fonction de  $Ha$  pour différents nombre de Richardson: (a)  $L/H=1$ , (b)  $L/H=1.5$ , (c)  $L/H=2$

### Nomenclature

Symbole	Nom, unité	Symboles grecs	Nom, unité
Be	nombre de Bejan		
G	accélération de pesanteur, $m/s^2$	$\alpha$	diffusivité thermique, $m^2 s^{-1}$
H	hauteur de la cavité, $m$	$\beta$	coefficient d'expansion thermique, $K^{-1}$
Ha	nombre de Hartmann	$\sigma$	conductivité électrique
L	longueur de la cavité, $m$	$\psi$	fonction de courant adimensionnelle
Nu	nombre de Nusselt	$\nu$	viscosité cinématique, $m^2/s$
Ns	production d'entropie		
Pr	nombre de Prandtl	Indices	
Re	nombre de Reynolds	c	chaud
Ri	nombre de Richardson	f	froid
St	nombre de Strouhal	m	moyen
		min	minimum

t	temps, s
$t_a$	temps adimensionnel
T	température, K
u, v	les composantes de vitesse
U, V	Vitesses adimensionnels

## Références

- [1] H.F. Oztop, K. Al Salem, I. Pop, MHD mixed convection in a lid-driven cavity with corner heater, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 54, Pages 3494–3504, 2011.
- [2] M.M. Rahman, S. Parvin, R. Saidur, N.A. Rahim, Magnetohydrodynamic mixed convection in a horizontal channel with an open cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 38, Pages 184–193, 2011.
- [3] M.M. Rahman, Hakan F. Öztop, R. Saidur, S. Mekhilef, Khaled Al-Salem, Finite element solution of MHD mixed convection in a channel with a fully or partially heated cavity, *Computers & Fluids*, Volume 79, Pages 53–64, 2013
- [4] S. E. Ahmed, M.A. Mansour and A. Mahdy, MHD mixed convection in an inclined lid-driven cavity with opposing thermal buoyancy force: Effect of non-uniform heating on both side walls, *Nuclear Engineering and Design*, Volume 265, Pages 938–948, 2013.
- [5] G.Kefayati, M. Bandy, H. Sajjadi, D.D. Ganji, Lattice Boltzmann simulation of MHD mixed convection in a lid-driven square cavity with linearly heated wall, *Scientia Iranica B*, Volume 19, Pages 1053-1065 2012.
- [6] Z. Mehrez, A. ElCafsi, A. Belghith, P. LeQuéré, MHD effects on heat transfer and entropy generation of nanofluid flow in an open cavity, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Volume 374, Pages 214–224, 2015.

**25-27 Octobre 2017**  
**Monastir - Tunisie**