



Effet des rayonnements surfacique et volumique sur le comportement d'un gaz semi transparent dans une cavité carrée différentiellement chauffée

Nesrine RACHEDI, Messaoud GUELLAL

Laboratoire de Génie des Procédés Chimiques, Université Ferhat ABBAS Sétif-1, Algérie

nesrine_rachedi@yahoo.fr, mguellal@univ-setif.dz

Résumé

L'objectif du travail est de simuler numériquement la convection naturelle couplée au rayonnement surfacique et/ou volumique dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Les effets des parois rayonnantes et du gaz participant sur les transferts thermiques et les écoulements en régime laminaire pour un nombre de Rayleigh variant de 10^4 à 10^6 sont analysés. Les deux parois verticales sont maintenues à des températures différentes et les parois horizontales sont adiabatiques. La convection naturelle est traitée sous l'approximation de Boussinesq par une approche basée sur les volumes finis et le rayonnement volumique par la méthode des ordonnées discrète en utilisant la quadrature S_8 .

Mots clés : convection naturelle, parois rayonnantes, gaz participant

Nomenclature

K : conductivité thermique, $W m^{-1} K^{-1}$

k : coefficient d'absorption, m^{-1}

L_0 : longueur de la cavité, m

L : luminance adimensionnel $L = \frac{L'}{4\sigma T_0^4}$

L_b : luminance de corps noir $L_b = \frac{\sigma T^4}{\pi}$

Nu_{cv} : nombre de Nusselt convectif moyen

Nu_R : nombre de Nusselt radiatif moyen

Nu_T : nombre de Nusselt total moyen

P : pression adimensionnel $P = \frac{P'}{\rho V_0^2}$

Pl : nombre de Planck

Pr : nombre Prandtl

Q_{rinc} : flux radiatif incident adimensionnel, $Q_{rinc} = \frac{L_0 q_r}{K(T_c - T_f)}$

q_r : flux radiatif

Q_r : flux radiatif adimensionnel, $Q_r = \frac{L_0 q_r}{k(T_c - T_f)}$

Ra : nombre de Rayleigh

t : temps adimensionnel $t = \frac{t'}{L_0/V_0}$

T_0 : température moyenne $T_0 = \frac{T_c + T_f}{2}$

T : température adimensionnelle $T = \frac{T' - T_0}{\Delta T}$

u, v : composantes de la vitesse $m \cdot s^{-1}$

U, V : composantes de la vitesse adimensionnelle $U = \frac{u}{\frac{v}{L_0} \sqrt{Ra}}, V = \frac{v}{\frac{v}{L_0} \sqrt{Ra}}$

V_0 : vitesse de référence $V_0 = \frac{\mu}{\rho L_0} \sqrt{Ra}$

X, Y : coordonnées cartésiennes adimensionnelles $X = \frac{x}{L_0}, Y = \frac{y}{L_0}$

x, y : coordonnées cartésiennes, m

Lettres grecques

θ_0 : température de référence, $\theta_0 = \frac{T_0}{\Delta T}$

ΔT : différence de température, $\Delta T = T_c - T_f$

τ : épaisseur optique $\tau = L_0 k$

ε : émissivité

μ, ξ : Cosinus directeurs

ω : albédo

σ : constante de Stefan-Boltzmann, $w \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$

ρ : densité du fluide, $kg \cdot m^{-3}$

ν : viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$

$\vec{\Omega}$: vecteur direction, $\vec{\Omega} = \mu \vec{i} + \xi \vec{j}$

α : diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$

β : coefficient d'expansion, K^{-1}

Indices

C chaud

F froid

1. Introduction

Depuis plusieurs années, la configuration de la cavité avec des parois différentiellement chauffées a fait l'objet de nombreux travaux. Un grand nombre d'études des cavités rectangulaires avec différentes conditions aux limites ont été intensivement considérées par des chercheurs. La recherche dans ce domaine couvre un champ très vaste car les applications concernées sont extrêmement variées. On peut citer par exemple: la thermique du bâtiment, le refroidissement des réacteurs nucléaires, le refroidissement des circuits électroniques et des transformateurs, les capteurs solaires, ...

L'ensemble de la littérature examinée montre l'existence de beaucoup de travaux liés à la convection naturelle et indique que cette dernière est fortement contrôlée par les paramètres adimensionnels tels que les nombres de Rayleigh et de Prandtl et le rapport de forme [1-4]. La prise en compte du rayonnement des parois ou même du rayonnement du milieu remplissant la cavité dans les écoulements de convection naturelle s'avère obligatoire pour une modélisation efficace des transferts de chaleur et de la dynamique de l'écoulement. Plusieurs travaux ont été consacrés ainsi au couplage du rayonnement des parois et de gaz avec la convection naturelle pour le cas des cavités carrées remplies d'un milieu transparent ou d'un milieu semi transparent [5-10].

2. Modèle physique et hypothèses

Le système physique étudié est représenté sur la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée dont les parois verticales sont maintenues à des températures différentes et les parois horizontales sont adiabatiques. Le

fluide est supposé homogène, satisfaisant aux hypothèses de Boussinesq et radiativement gris (absorbant, émettant et non diffusant).

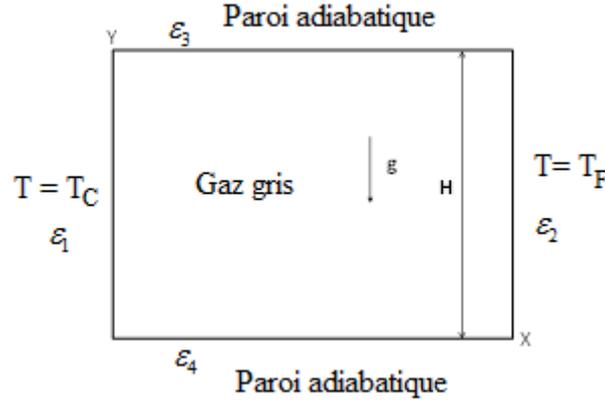


Figure 1 : Configuration étudiée

3. Equations gouvernantes

L'objectif de cette section est la présentation mathématique du problème de la convection naturelle dans une cavité carrée qui contient un gaz parfait émetteur et absorbant. Les équations à résoudre sont les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et d'énergie ainsi que l'équation de transfert radiatif qui fournit le terme source radiatif à insérer dans l'équation de conservation de l'énergie. Les équations à considérer écrites sous forme adimensionnelle sont :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\sqrt{Ra}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{1}{Pr} T \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{Pr \sqrt{Ra}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{Pr \sqrt{Ra}} \vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_r \quad (4)$$

Dans l'équation de conservation de l'énergie, on note la présence du terme source qui caractérise les échanges radiatifs. Ce dernier est obtenu par la résolution de l'équation de transfert radiatif. Si le milieu est bidimensionnel et non diffusant, cette équation s'écrit :

$$\mu \frac{\partial L}{\partial X} + \xi \frac{\partial L}{\partial Y} + \tau L = \frac{\tau}{4\pi} \left(1 + \frac{T}{\theta_0} \right)^4 \quad (5)$$

Avec τ, L : épaisseur optique et luminance adimensionnelles

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{Q}_r = \frac{\tau \theta_0}{\pi} \left[-\int_{4\pi} L d\Omega + \left(1 + \frac{T}{\theta_0} \right)^4 \right] \quad (6)$$

4. Validation

Dans la résolution numérique, les équations de Navier Stokes sont discrétisées par une approche basée sur les volumes finis et le problème radiatif est résolu par la méthode des ordonnées discrètes.

La validation du code numérique a été effectuée en comparant nos résultats avec ceux de la littérature dans deux cas:

- cas du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement des parois dans une cavité remplie d'air considéré comme milieu transparent (rayonnement surfacique).
- cas du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement dans une cavité remplie d'un fluide considéré comme un gaz semi-transparent.

Le code est validé en comparant les résultats obtenus à ceux présentés par Wang et al [11] pour le cas du rayonnement surfacique (tableau 1), et avec ceux de Moufekkik [8] dans le cas du rayonnement volumique (tableau 2).

Tableau 1 : Nombres de Nusselt sur la paroi chaude avec $T_0 = 293.5 K$, $\Delta T = 10K$ et $Ra=10^6$

parois ε	Wang et al		Présent travail			
	\overline{Nu}_c	Nu_r	\overline{Nu}_T	Nu_c	Nu_r	\overline{Nu}_T
0	8.852	0	8.852	8.875	0	8.875
0.2	8.381	2.355	10.736	8.640	2.430	11.070
0.8	7.815	11.265	19.080	8.251	11.604	19.856

Tableau 2 : Nombre de Nusselt total sur la paroi chaude ($Pr = 0.71$, $Ra = 5 \times 10^6$ et $\tau = 1$)

Pl	Présent travail Nu_T	Moufekkik et al. Nu_T
0.1	12.58	12.069
1	7.8	7.729
10	7.273	7.314
100	7.258	7.273

Pour les deux cas testés, la confrontation est globalement satisfaisante. Toutefois, une meilleure concordance est observée dans le cas de la convection naturelle couplée au rayonnement dans une cavité remplie d'un gaz semi-transparent. Cela s'observe tableau où est listé le nombre de Nusselt total sur la paroi chaude de la cavité pour différents valeur de Planck.

5. Résultats et discussions

Nous avons effectué une série de calculs dans le but de mettre en évidence l'effet du rayonnement des parois et de la participation du gaz sur le transfert thermique en analysant les différents cas présentés au tableau ci-dessous avec $Pl=0.02$ et $Ra = 10^4$ à 10^6 .

Tableau 3: Les trois cas testés

Cas	A	B	C
Parois isothermes	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = 1$	$\varepsilon = 1$
Parois adiabatiques	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 1$
Milieu	Transparent	Semi transparent	Transparent

5.1. Effets sur les isothermes et les fonctions de courantes

La figure 2 montre que pour $\tau = 0$ et lorsque toutes les parois sont noires (cas C), la structure de l'écoulement est représentée par un régime multicellulaire composé d'une cellule principale et deux cellules secondaires contra rotatifs au milieu. Pour le cas B, on remarque la disparition des cellules secondaires, l'écoulement est constitué d'une seule grande cellule (monocellulaire). Dans le cas A, on observe une structure d'écoulement très symétrique et constituée d'une seule cellule principale. Cette dernière se décompose en forme S. Les lignes de courant sont très serrées près des parois actives surtout près des coins supérieur droit et inférieur gauche.

Les isothermes pour les cas A et C sont presque similaires pour un milieu transparent. Ces isothermes sont présentées par des lignes parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de la cavité et prennent la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote un transfert très intense dans ces régions. Avec l'augmentation de l'épaisseur optique (cas B), on remarque que l'extrémité de ces isothermes devient presque perpendiculaire aux parois horizontales (adiabatiques). Les contours correspondants montrent que les lignes isothermes se déforment beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de la cavité et épouser la forme des parois actives verticales tout en restant très serrées ce qui montre un transfert très intense dans ces régions.

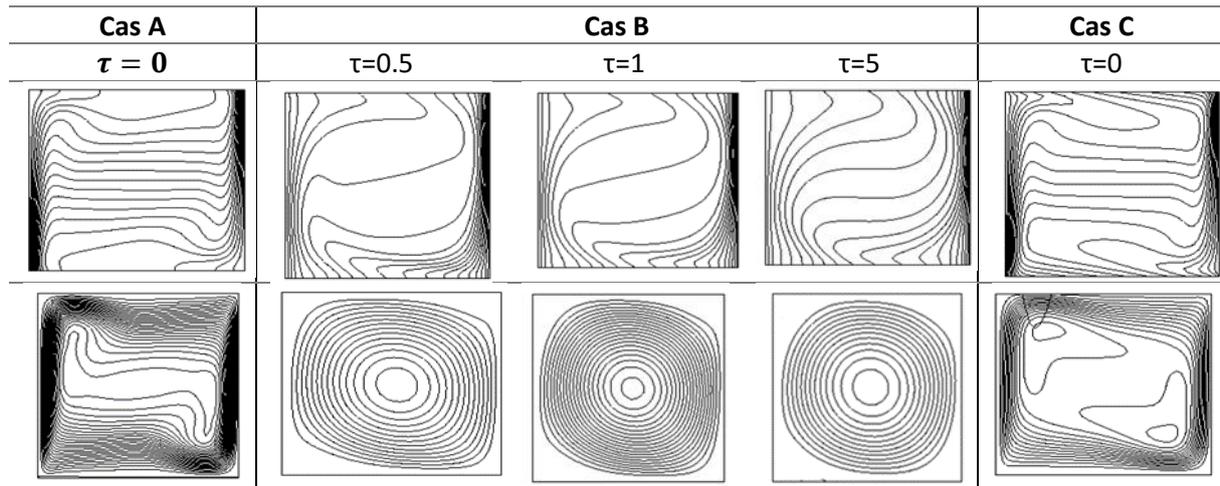


Figure 2 : Isothermes (Haut) et fonctions de courant (Bas) dans la cavité. Cas de parois émissives pour les cas B et C et $Ra=10^6$

5.2. Effets sur les vitesses de l'écoulement

Les figures 3 et 4 illustrent les profils des vitesses dans les plans médians pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Le profil de la vitesse horizontale dans le plan médian vertical (Figure 3) montre qu'il est symétrique par rapport au centre de la cavité dans les cas A et C. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, on observe l'apparition des valeurs maximales et minimales de la vitesse horizontale près des parois adiabatiques horizontales et le gradient de vitesse augmente avec l'augmentation de τ et Ra . Pour la vitesse verticale au plan médian horizontal, la figure 4 montre aussi un profil symétrique (cas A et C) par rapport au centre de la cavité. On remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois verticales avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Le gradient de vitesse est très important près des parois verticales. Un gradient élevé de la vitesse près des parois verticales et au milieu de la cavité lorsque τ augmente est observé. Nous pouvons conclure que l'augmentation du nombre de Rayleigh et τ engendre une augmentation progressive des vitesses.

5.3. Effets sur la température

Les profils de la température suivant la position x à $y = 0.5$ pour différentes valeurs du coefficient d'absorption sont représentés sur la figure 5. Les profils sont presque similaires et donnent des valeurs maximales et minimales très près l'un de l'autre (cas A et C). Un gradient élevé de température près des parois verticales est observé avec l'augmentation de τ . Ce qui engendre un meilleur échange de chaleur et qui s'explique aussi par l'importance de gradient de vitesses près de ces parois. Par contre, dans le milieu de la cavité, les vitesses sont faibles conduisant à un faible échange de chaleur. Le gradient de la température augmente avec τ et Ra .

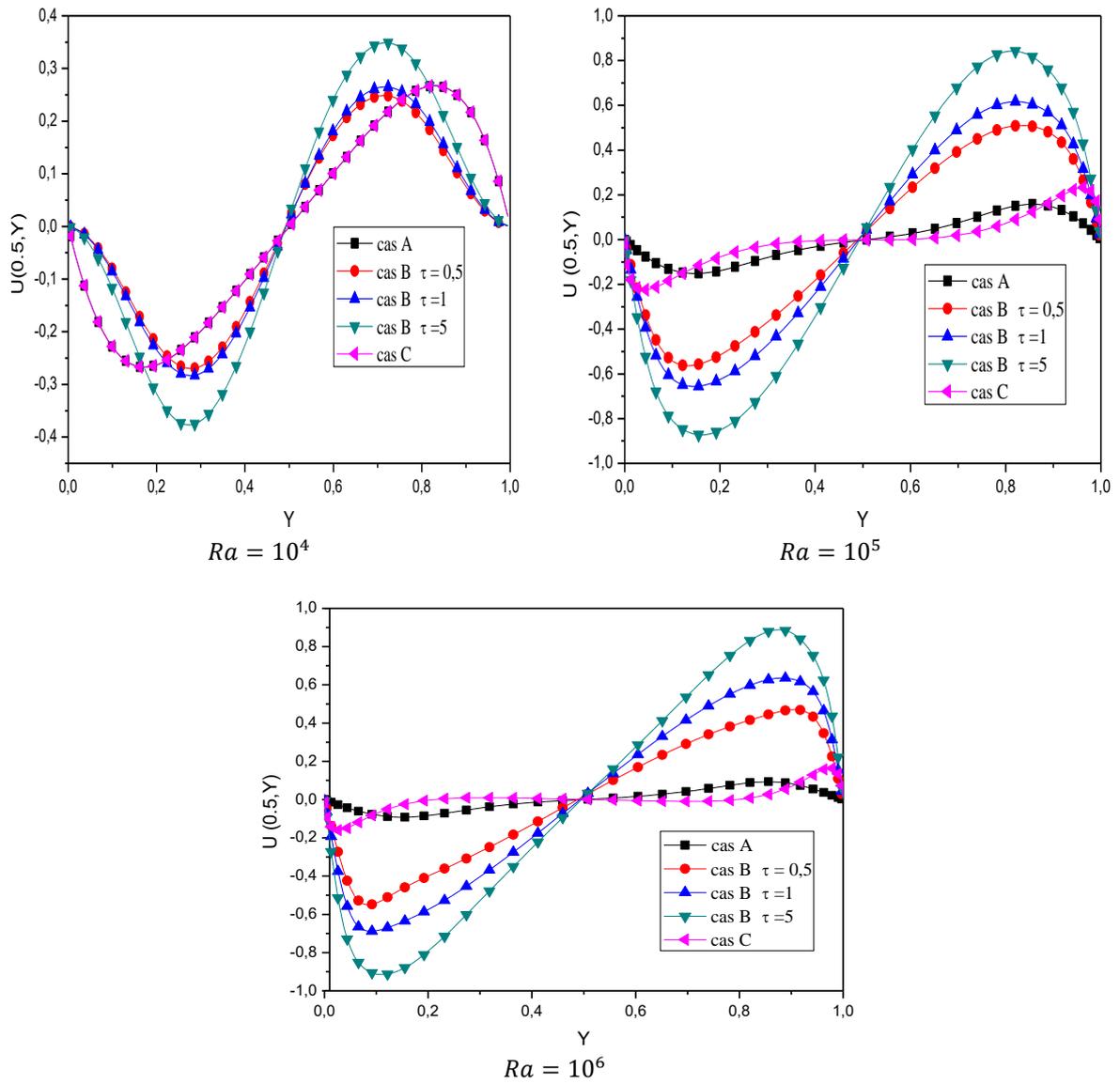
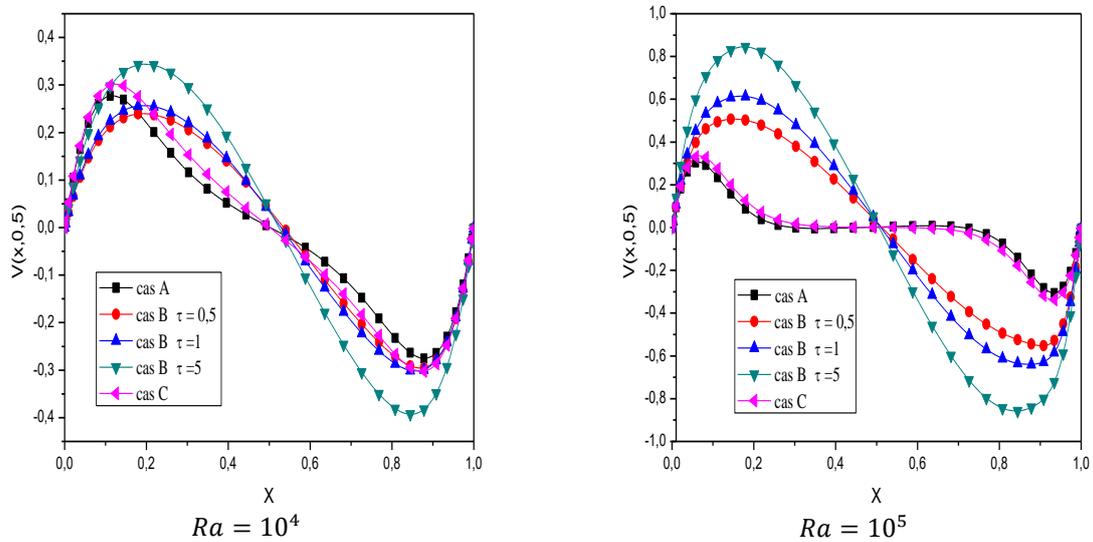


Figure 3 : Profils de la composante horizontale de vitesse dans le plan médian vertical en fonction de Ra



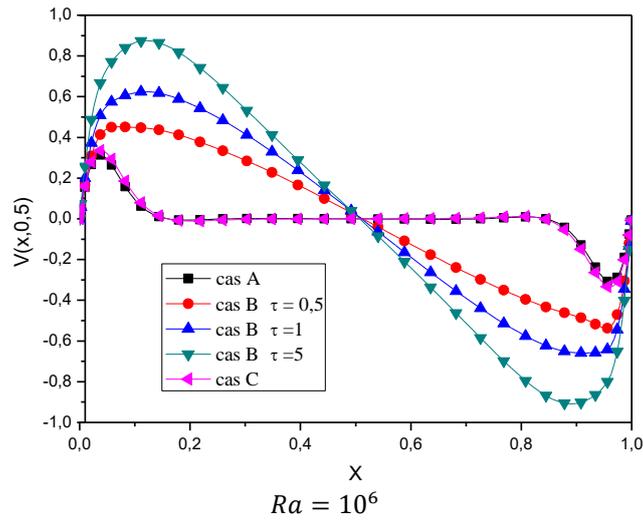


Figure 4 : Profils de la composante verticale de vitesse dans le plan médian horizontal en fonction de Ra .

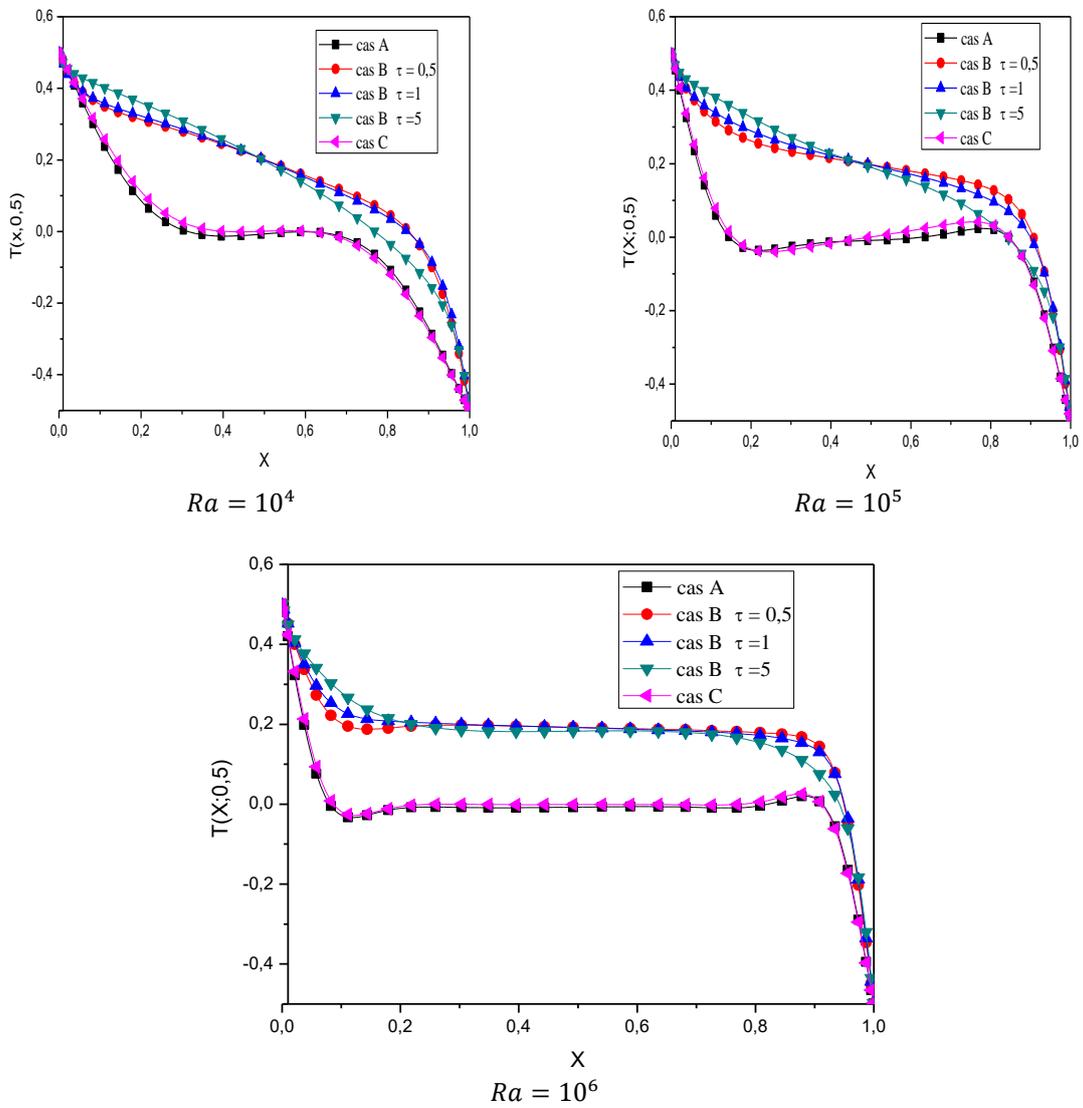


Figure 5 : Profils de température dans le plan médian horizontal en fonction de Ra .

Les figures 6 et 7 représentent les nombres de Nusselt moyens radiatif, convectif et total pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. L'analyse de ces figures montre que le transfert thermique augmente avec Ra dans les trois configurations étudiées (A, B et C) et diminue avec l'augmentation de l'épaisseur optique (cas B).

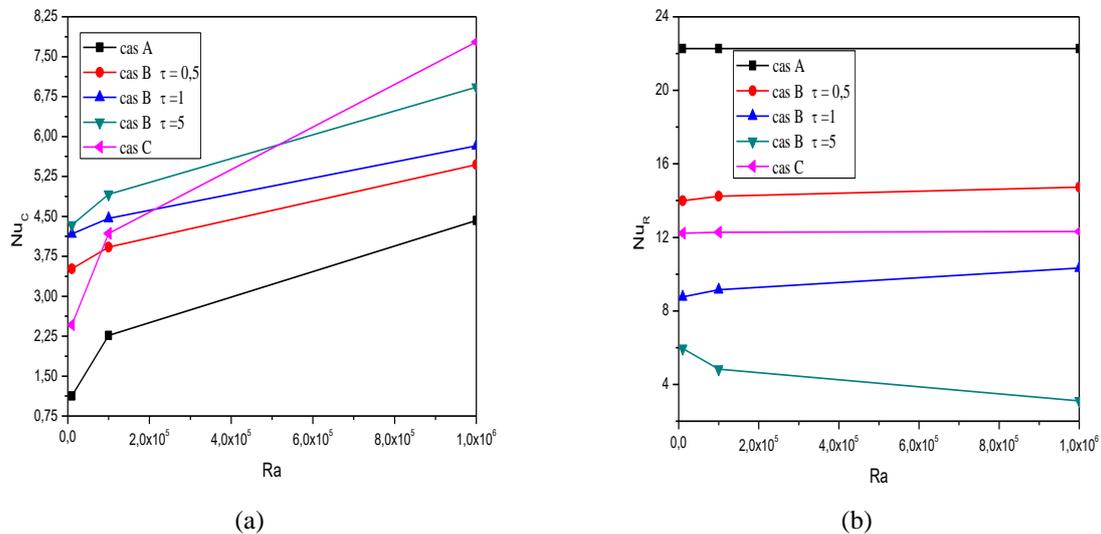


Figure 6 : Variation des nombres de Nusselt moyens convectif (a) et radiatif (b) en fonction de Ra

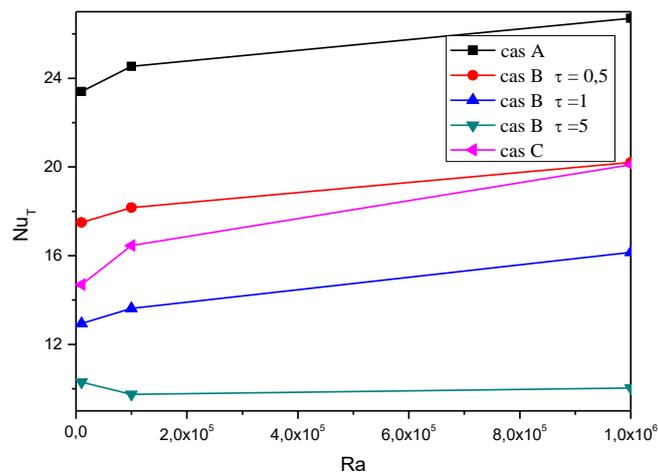


Figure 7 : Variation du nombre de Nusselt moyen total en fonction de Ra

6. Conclusions

Dans ce travail, trois cas ont été étudiés, analysés et comparés : Cas A : milieu transparent, parois isothermes noires, parois adiabatiques à émission nulle, Cas B : milieu semi-transparent, parois isothermes noires, parois adiabatiques à émission nulle, Cas C : milieu transparent, toutes les parois sont noires.

Les résultats obtenus montrent que les trois cas présentent des comportements différents en matière d'écoulement et de transfert thermique. Une certaine similarité est notée dans les isothermes des cas A et C. Il a été observé également que le gradient de température et les vitesses augmentent avec l'augmentation τ et Ra. On peut conclure que le rayonnement thermique joue un rôle important sur le transfert notamment lorsque le gaz est participant.

Références

[1] G. De Vahl Davis, Natural Convection of Air in a square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution, *Int. J. Num. Methods Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.

- [2] T. Fusegi, J. Min. Hyum, Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions, *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol.15, N°4, pp.258-268, 1994.
- [3] Y. Le Peutrec et G. Lauriat, Effects of the heat transfert at the side walls on natural convection in cavities, *Trans ASME J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp.370-378, 1990.
- [4] M. Bouafia, O. Daube, Natural convection for large temperature gradient around a square solid body within a rectangular cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.50 pp. 3599-3615, 2007.
- [5] A. Yucel, S. Acharya, M. L. Williams, Natural convection and radiation in a square enclosure, *Num. Heat Transfer*, Vol. 15, pp.61-278, 1989.
- [6] A. Ibrahim, Couplage de la convection naturelle et du rayonnement dans des mélanges gazeux absorbants-émittants, Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers, 2010.
- [7] S. Laouar-Meftah, D. Lemonnier, D. Saury, A. Benbrik., M. Cherifi, Comparative Study of Radiative Effects on Double Diffusive Convection in Nongray Air-CO₂ Mixtures in Cooperating and Opposing Flow , *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, 2015.
- [8] F. Moufekkir, M. A. Moussaoui, A. Mezrhab, H. Naji, D. Lemonnier, Numerical prediction of heat transfer by natural convection and radiation in an enclosure filled with an isotropic scattering medium, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 113, pp. 1689–1704, 2012.
- [9] S. Hamimid, M. Guellal, M. Bouafia, Numerical Simulation of Combined Natural Convection Surface Radiation for Large Temperature Gradients, *J. Thermophysics & Heat Transfer*, Vol. 29 (3), 2015.
- [10] M. Bouafia, S. Hamimid, M. Guellal, Non-Boussinesq convection in a square cavity with surface thermal Radiation, *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 96, pp. 236-247, 2015.
- [11] H. Wang, S. Xin, P. Le Quéré, Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air, *C. R. Mécanique*, N°334, pp.48–57, 2006