



Effet du nombre de Lewis sur la convection naturelle au sein d'une cavité tridimensionnelle soumise à des gradients croisés de température et de concentration (Th1-131)

¹Meriem Ouzaouit, ²Btissam Abourida, ³Lahoucine Belarache, ⁴Hicham Doghmi
⁵Mohamed Sannad

LMPEE, Ecole Nationale des Sciences Appliquées d'Agadir, Université Ibn Zohr,
 BP 1136 Agadir, Maroc.

¹Meriem.ouzaouit@gmail.com, ²b.abourida@uiz.ac.ma, ³belarchelahoucine@gmail.com,
⁴Hicham.gte@gmail.com, ⁵mohamedsannad@gmail.com

Résumé

Cette étude consiste à traiter numériquement la convection thermosolutale au sein d'une cavité tridimensionnelle avec la présence des gradients thermique et massique croisés. La résolution du système algébrique obtenu après discrétisation des équations aux dérivées partielles, est basée sur la méthode des directions alternées (ADI). trop de détails pour un résumé !! une seule phrase pour parler du code numérique. Les transferts de chaleur et de masse moyens ainsi que l'écoulement du fluide au sein de la cavité sont étudiés en fonction des paramètres gouvernants, à savoir le nombre de Lewis L ($0.1 < L < 20$). Le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Prandtl, le rapport de flottabilité et la section des portions soumises à des gradients de concentrations sont fixés respectivement à $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$, $N = 2$ et $\varepsilon = D/H = 0.4$. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur et de masse ainsi que l'intensité du flux peuvent être considérablement améliorés par un choix approprié des paramètres gouvernants.

Mots clés : *Convection naturelle, milieu poreux, cavité tridimensionnelle, gradient croisé.*

1. Introduction

La convection naturelle induite par double diffusion, est un phénomène thermique fréquemment rencontré dans de multiples applications pratiques telles que l'océanographie, les processus de séchage, la croissance des cristaux, le dessalement solaire... etc. L'intérêt évident de ce type de convection a donné lieu à plusieurs études, théoriques et pratiques, considérant le cas des gradients de température et de concentration parallèle ou bien croisés [1-2]. Toutefois, on notera que la majorité des travaux disponibles traitent le cas de la double diffusion bidimensionnelle [3-4], alors que l'approche tridimensionnelle [5-6] permet une meilleure simulation de l'écoulement et du transfert thermique et massique au sein de la cavité. Ceci explique le choix du problème étudié qui consiste en une approche tridimensionnelle de la convection naturelle induite au sein d'une cavité, par des gradients croisés de température et de concentration.

2. Modèle physique et équations gouvernantes

2.1. Modèle physique :

Le schéma du problème physique et les coordonnées sont indiqués sur la figure 1. Les deux parois verticales, gauches et droites, sont maintenues respectivement à des températures chaude T_1 et froide T_0 , alors que les deux autres parois verticales sont soumises partiellement à un gradient de concentration. Les parois restantes étant adiabatiques. Le problème est traité numériquement en tenant compte des approximations de Boussinesq et en négligeant la dissipation visqueuse. Les équations de Navier-Stokes, de masse et de l'énergie ainsi établies sont discrétisées par la méthode des volumes finis [7]. Les équations de conservation de la quantité de mouvement couplées avec l'équation de continuité sont résolues à l'aide de l'Algorithme SIMPLEC. La résolution du système algébrique obtenu après discrétisation des équations aux dérivées partielles, est basée sur la méthode des directions alternées (ADI). Le code numérique ainsi établi a été validé en confrontant les résultats obtenus avec ceux de I. Sezai [6] et ont montré Un accord très satisfaisant a été trouvé entre les deux avec une différence maximale ne dépassant pas les 3%. Des tests préliminaires ont aussi permis de choisir un maillage de $81 \times 81 \times 81$ et un pas de temps de 10^{-4} pour toutes les simulations présentées.

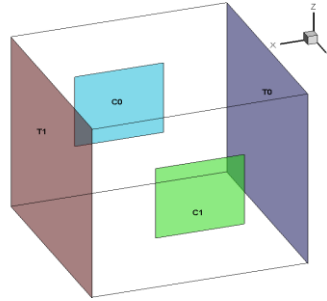


figure1. Géométrie étudiée et système de coordonnées

2.2. Equations gouvernantes :

Les équations gouvernantes sont les suivantes:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial}{\partial X}(U) + V \frac{\partial}{\partial Y}(U) + W \frac{\partial}{\partial Z}(U) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial}{\partial X}(V) + V \frac{\partial}{\partial Y}(V) + W \frac{\partial}{\partial Z}(V) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} + U \frac{\partial}{\partial X}(W) + V \frac{\partial}{\partial Y}(W) + W \frac{\partial}{\partial Z}(W) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} \right) + \frac{R_a}{Pr} (\theta - N\Phi) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Phi}{\partial X} + V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} + W \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = \frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right) \quad (6)$$

Dans les équations ci-dessus, les paramètres Ra, Pr, N et Sc et désigne respectivement le nombre de Rayleigh le nombre de Prandtl, la flottabilité, le nombre de Schmidt et. Ces paramètres sont définis comme suit:

$$Ra = \frac{gk\beta_T(T_1 - T_0)H^3}{\alpha\nu}, Pr = \frac{\nu}{\alpha}, N = \frac{\beta_T(C_1 - C_0)}{\beta_T(T_1 - T_0)} \text{ et } Sc = \frac{\nu}{d}$$

Les variables adimensionnelles utilisées sont :

$$\theta = \frac{T - T_{ref}}{T_1 - T_0} \quad \Phi = \frac{\phi - \phi_{ref}}{\phi_1 - \phi_0}$$

$$\text{avec} \quad : \quad T_{ref} = \frac{T_1 + T_0}{2} \quad \phi_{ref} = \frac{\phi_1 + \phi_0}{2}$$

$$(X, Y, Z) = \left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H} \right), (U, V, W) = \left(\frac{uH}{\alpha}, \frac{vH}{\alpha}, \frac{wH}{\alpha} \right)$$

Le transfert de chaleur et de masse locaux et moyens sont définis par :

$$Nu(y, z) = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0,1} \quad (7)$$

$$Nu(y, z) = \int_0^1 \int_0^1 Nu(x, z) dx dy \quad (8)$$

$$Sh(y, z) = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Y=0,1} \quad (9)$$

$$Sh = \int_0^{0.4} \int_0^{0.4} Sh(x, z) dx dy \quad (10)$$

2.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites hydrodynamiques sont telles que la vitesse $U=V=W=0$ sur les parois rigides de la cavité. Les conditions aux limites thermique et massique sont données par:

$$\text{- paroi vertical gauche (X=0) : } \theta_0 = -0.5 \text{ et } \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0$$

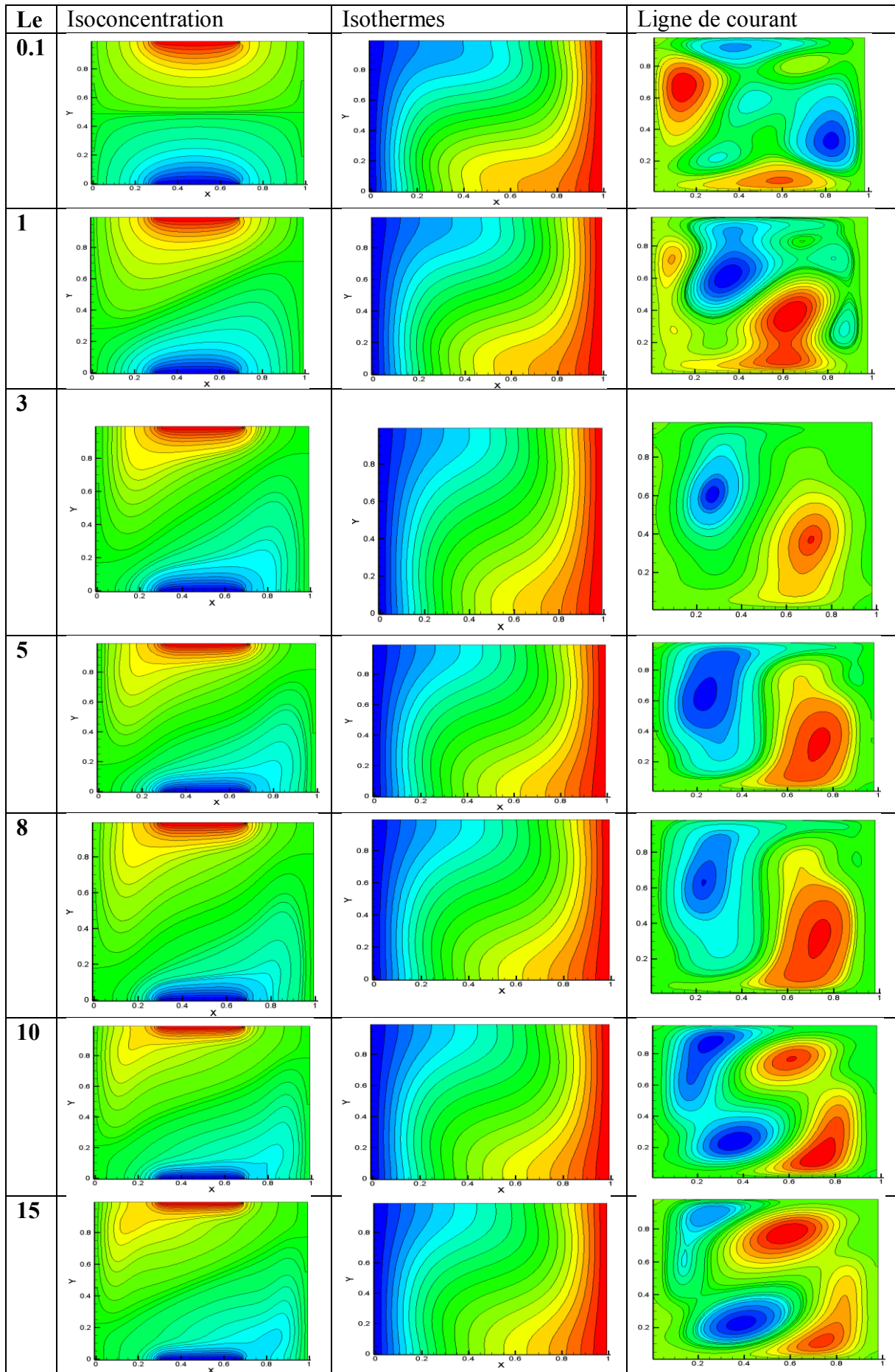
$$\text{- paroi vertical droite (X=1) : } \theta_0 = 0.5 \text{ et } \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0$$

$$\text{- Paroi latérale (Y=0) : } \Phi_0 = -0.5 \text{ à travers la section et } \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0 \text{ ailleurs sur la paroi et } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \text{ sur l'ensemble du mur}$$

$$\text{- paroi latérale (Y=1) : } \Phi_0 = 0.5 \text{ à travers la section } \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0 \text{ ailleurs sur le mur } \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \text{ sur l'ensemble du mur}$$

3. Présentation des résultats :

Les transferts de chaleur et de masse moyens ainsi que l'écoulement du fluide dans la cavité sont étudiés en fonction des paramètres gouvernants, à savoir le nombre de Lewis ($0.5 < Le < 20$). Le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Prandtl, le rapport de flottabilité N et la dimension des sections soumises à un gradient de concentration, sont fixés dans un premier temps respectivement à $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$ et $N=2$. $\epsilon=0.4$



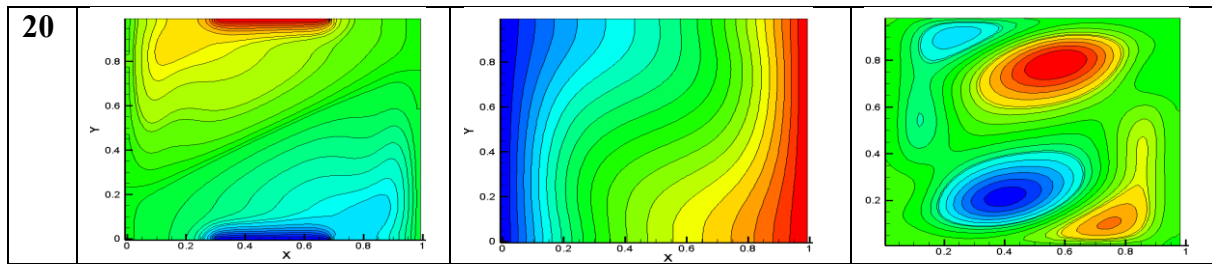


Figure 2 : lignes de courants, iso-concentration et isothermes dans le plan $Z=0,5$ et pour $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$, $N = 2$ et différents Le

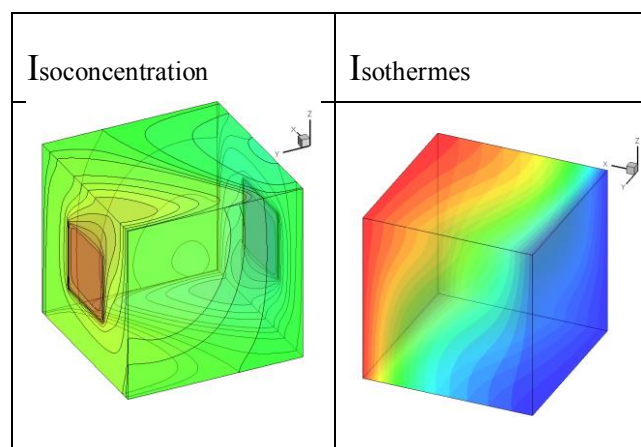


Figure 3 : iso-concentration et isothermes en 3D et pour $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$, $Le = 10$ et $N=2$

La figure 2 représente les lignes de courants, isothermes et iso concentration au niveau du plan $Z=0.5$, pour $Ra = 10^4$, $Pr=0.71$, $N = 5$ et différents Le . On notera que le choix de ce plan $Z=0.5$ a été fait à la suite de nombreux tests préliminaires, moyennant des représentations au niveau de différents plans de la cavité dans les trois directions. Lorsqu'on augmente le nombre de Lewis (pour $Le= 3, 5, 8$), on notera la disparition de plusieurs cellules de recirculation en faveur de deux grandes cellules contrarotatives occupant la cavité et témoignant d'un écoulement plus homogène.

En continuant à augmenter ($Le=10, 15, 20$), un phénomène nouveau se produit caractérisé par l'apparition de plusieurs cellules rotatives de sens inverses et accompagné d'une rupture de la symétrie de l'écoulement. Ceci est dû à l'effet massique qui devient plus important comme le montre les isoconcentration correspondantes. D'autre part, les isothermes montrent un resserment au niveau des parois verticales, ce qui reflète un bon transfert de chaleur à partir du mur chauffant de la cavité vers le mur froid.

La figure 3 montre les isoconcentration et isothermes pour $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$, $le=10$ et $N=2$ et permet d'avoir une idée globale de la distribution tridimensionnelle de la concentration et de la température au sein de la cavité.

Tableau 1 : Nusselt et Sherwood pour $Ra = 10^4$, $Pr = 0.71$ $N = 5$ et différents Le

Le	Sherwood	Nusselt
0.1	4.20	1.87
1	4.81	1.77
3	5.75	1.686
5	6.36	1.680
8	6.36	1.680
10	7.37	1.683
15	8.086	1.684
20	8.65	1.687

Les variations des nombres de Nusselt et Sherwood, caractérisant respectivement les transferts de masse et de chaleur sont représentées sur le tableau 1. On remarque ainsi une augmentation de Sh et une diminution de Nu jusqu'à une valeur stabilisante, après on remarque un transfert de chaleur constant avec un transfert de masse qui continue à croître lorsque Le augmente. L'accroissement du nombre de Lewis Le engendre donc une augmentation de la convection naturelle massique qui provoque une diminution de la température et de la concentration du fluide au niveau des parois verticales, alors que le transfert de chaleur ne subit pas des changements remarquables.

4.conclusion

L'Etude numérique tridimensionnelle de la double diffusion dans une cavité poreuse soumise à des gradients croisés de température et de concentration est étudiée numériquement. Les résultats obtenus montrent que le transfert de masse à l'intérieur de la cavité est plus accentuée lorsque on augmente le nombre de Lewis alors que le transfert de chaleur ne reflète pas de changements remarquables. La structure de l'écoulement est également très influencée par la variation de Le et varie entre un écoulement bicellulaire et multicellulaire.

5. Nomenclature

A rapport de forme de la cavité B/H
 B épaisseur de la cavité, m
 D dimension des portions, m
 g accélération de la pesanteur, m/s^2
 H hauteur de la cavité, m
 k conductivité thermique, $w/(m.K)$
 L longueur de la cavité, m
 Le nombre de Lewis
 Nu nombre de Nusselt moyen
 N rapport de flottabilité
 p pression adimensionnelle
 P pression N/m^2
 Pr nombre de Prandtl, ν/α
 Sc nombre de Schmidt, ν/d
 Ra nombre de Rayleigh
 Sh nombre de Sherwood
 T Température, $^{\circ}K$
 u, v, w composante de vitesse, m/s
 U, V, W vitesses adimensionnelles

x, y, z coordonnées cartésiennes, m
 X, Y, Z coordonnées adimensionnelles
 Symboles grecs
 α diffusivité thermique, $m^2.s$
 d diffusivité massique, $m^2.s$
 Θ température adimensionnelle
 ψ fonction de courant
 Φ concentration adimensionnelle
 β_T coefficient d'expansion thermique
 β_c coefficient d'expansion massique
 μ viscosité dynamique ($kg/m.s$)
 ν viscosité cinématique m^2/s
 ρ densité volumique, kg/m^3
 indices et exposants
 0 paroi froide
 1 paroi chaude
 $Le = sc/pr$

6. Références

- [1] P. Vadsz (Ed.), *Emerging Topics in Heat and Mass Transfer in Porous Media*, Springer, New York, 2008.
- [2] D.A. Nield, A. Bejan, *Convection in Porous Media, third ed.* Springer, New York, 2006.
- [3] A. Ibrahim, D. Lemonnier, *Numerical study of coupled double-diffusive natural convection and radiation in a square cavity filled with a N_2-CO_2 mixture*, International Journal of Heat and Mass Transfer 36 (2009) 197–202.
- [4] T. Nishimura, M. Wakamatsu, A.M. Morega, *Oscillatory double-diffusive convection in a rectangular enclosure with combined horizontal temperature and concentration gradients*, International Journal of Heat and Mass Transfer 41 (1998) 1601–1611.
- [5] Zhi-Wu Chen, Jie-min Zhan, Yok-Sheung li, Ying-ying lu, Shuqun Cai, *Double-diffusive buoyancy convection in a square cuboid with horizontal temperature and concentration gradients*, International Journal of Heat and Mass Transfer 60 (2013) 422–431.
- [6] I. Sezai, A.A. Mohamed, *Double diffusive convection in a cubic enclosure with opposing temperature and concentration gradients*, Physics of Fluids 12 (2000) 2210–2223.
- [7] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York, 1980.