



## Etude des performances d'un échangeur de chaleur à plaques en présence d'un milieu poreux anisotrope et d'un nanofluide

Walid NESSAB, Brahim FERSADOU et Henda KAHALERRAS  
USTHB/FGMGP/LTPMP, BP 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar  
*nessabwalid@gmail.com, brahim04@live.fr, kahalerrashenda@yahoo.fr*

**Résumé :** Dans le cadre d'améliorer les performances des échangeurs thermique, Le présent travail est une simulation numérique de la convection forcée dans un échangeur de chaleur à plaques en présence d'un nanofluide et d'un milieu poreux thermiquement anisotrope. Pour décrire l'écoulement du fluide chaud dans le compartiment poreux, le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé, alors que pour le compartiment nanofluide le modèle diphasique de Buongiorno est employé afin de tenir compte des effets Brownien et thermophorèse. Le système d'équations obtenu avec les conditions aux limites associées est résolu numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats ont révélé que l'anisotropie du compartiment poreux, non seulement, elle conduit à des améliorations significatives du transfert de chaleur par rapport au cas isotrope, mais aussi, son effet se propage jusqu'au côté froid avec un lien étroit à la variation de  $\lambda_k$ , qui fait qu'une répartition de nanoparticules de nature plus uniforme est obtenue aux valeurs de  $\lambda_k$  importants.

**Mots clés :** Convection forcée, Milieu Poreux Anisotrope, Nanofluide, Echangeur de Chaleur

### 1. Introduction

L'emploi des milieux poreux a montré son efficacité dans plusieurs domaines industriels, surtout, avec l'optimisation de leurs performances thermiques en se basant sur certaines techniques, telle que l'anisotropie, qui est une conséquence d'une orientation préférentielle des grains ou des fibres des matrices poreuses dont l'intention réside à optimiser la conductivité thermique dans une direction préméditée. Un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude de travaux dans le but d'avoir une meilleure compréhension des phénomènes physiques dans ces milieux anisotrope. Chang et Lin [1] ont analysé l'effet de la conduction des parois sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux anisotrope. Une double étude analytique et numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité poreuse thermiquement anisotrope a été réalisée par Bennacer et al. [2], qui ont établi une corrélation générale pour prédire l'évolution du transfert de masse avec le rapport d'anisotropie thermique. Krishna et al. [3] ont analysé numériquement le problème de la convection naturelle dans une cavité carrée. Il a été observé que les paramètres caractérisant l'anisotropie ont une influence significative sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur.

Avec le développement de la nanotechnologie, une nouvelle classe de fluides est apparue il s'agit des nanofluides qui sont des fluides dans lesquels sont suspendus des nanoparticules nanométriques à très faible concentration dans le but d'améliorer la conductivité thermique du fluide de base. Ils peuvent être potentiellement utilisés dans plusieurs applications en ingénierie : l'industrie automotrice, le génie biomédical, le refroidissement des composants microélectroniques, etc. Buongiorno [4] a développé un modèle dans lequel le nanofluide est supposé comme un mélange diphasique constitué de nanoparticules en mouvement permanent dans un fluide de base avec une vitesse de glissement régie par les mouvements Brownien et thermophorèse. Plusieurs travaux de recherches basés sur ce modèle ont été élaborés par de nombreux chercheurs [5,8] et les résultats ont montré que les nanoparticules et leurs distributions, améliorent significativement le transfert de chaleur.

L'étude des milieux poreux anisotropes et des nanofluides présente alors un intérêt certain d'où l'étude proposée dans ce travail qui consisté à examiner numériquement un échangeur de chaleur à plaques, perfectionné par l'utilisation d'un milieu poreux anisotrope dans son compartiment chaud et un nanofluide dans son compartiment froid afin d'apporter un meilleur échange de chaleur entre les deux régions.

### 2. Formulation mathématique

Le domaine physique étudié et représenté sur la Figure 1, est un échangeur de chaleur à plaques de longueur  $\ell$  comportant deux compartiments de hauteur  $H/2$  chacun. L'eau chaude, entrant dans l'échangeur à une température uniforme  $T_{ce}$ , circule dans le compartiment supérieur où est inséré un milieu poreux

thermiquement anisotrope. Le fluide froid, en l'occurrence un nanofluide, pénètre dans le compartiment inférieur à une température  $T_{fe}$  et fraction volumique en nanoparticules  $\phi_e$  constantes. La plaque inférieure et supérieures ont thermiquement isolée, celle du milieu séparant les deux fluide est très mince et formée d'un matériau de très bonne conductivité thermique de sorte que sa résistance thermique peut être négligée.

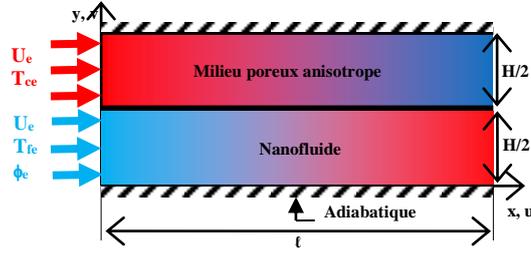


Figure 1 : Modèle Physique

Dans le but de simplifier le problème étudié, certaines hypothèses simplificatrices ont été introduites, écoulement laminaire, bidimensionnel et stationnaire de fluide incompressible newtonien. Le milieu poreux non déformable, homogène, anisotrope en conductivité thermique et saturé par un seul fluide en équilibre thermique local avec la matrice solide. Les propriétés thermophysiques des deux fluide chaud et froid (fluide de base eau) sont constantes et identiques. La force de volume et la dissipation visqueuses ont négligeables. Le nanofluide est traité comme un mélange de deux composants avec la supposition qu'il n'y a pas de réactions chimiques entre ces deux composants qui sont parfaitement dilués ( $\phi \ll 1$ ).

L'écoulement dans le milieu poreux est régi par le modèle général de Darcy-Brinkman-Forchheimer pour incorporer les effets visqueux et inertiel. Pour le nanofluide, le modèle de Buongiorno [4] est adopté où les effets du mouvement Brownien et thermophorèse sont pris en considération.

Les variables réduites utilisées pour adimensionner les équations gouvernantes sont :

$$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; U = \frac{u}{U_e}; V = \frac{v}{U_e}; P = \frac{p}{\rho_f U_e^2}; \theta = \frac{T - T_e}{T_{ce} - T_{fe}}; \phi = \frac{\phi}{\phi_e}$$

Tenant compte des hypothèses citées auparavant, les équations de conservation (continuité, mouvement, énergie et fraction volumique) sous forme adimensionnelle s'écrivent comme suit :

Dans le milieu fluide et le milieu poreux l'équation de continuité s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

Pour la région poreuse

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{R_\mu}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{Re Da} U - \frac{C}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| U \quad (2)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{R_\mu}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{Re Da} V - \frac{C}{\sqrt{Da}} |\vec{V}| V \quad (3)$$

En contrepartie dans la région nanofluide l'équation de mouvement s'écrit de la même forme avec  $\varepsilon = R_\mu = 1$  et  $Da$  tend vers l'infini

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{R_k}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \lambda_k \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

L'équation qui caractérisé la distribution de température dans la région nanofluide est de la même forme avec  $\lambda_k = R_k = 1$  et on ajoute le terme  $\frac{1}{Re Pr} \left[ N_B \left( \frac{\partial \phi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial \phi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) + N_T \left( \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right) \right]$  que caractérisé le mouvement Brownien et l'effet Thermophorèse.

L'équation de la fraction volumique applicable dans la région nanofluide est écrite comme suit :

$$U \frac{\partial \varphi}{\partial X} + V \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = \frac{1}{Le Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} \right) + \frac{N_T}{N_B} \frac{1}{Le Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (5)$$

L'adimensionnement des conditions aux limites dynamiques, thermiques et massiques donne ce qui suit :

- A l'entrée :  $U = 1, V = 0, \theta = 0$  et  $\varphi = 1$ , pour la partie supérieure  $\theta = 1$  et  $\varphi = 0$ .
- A la sortie :  $\partial U / \partial X = 0, V = 0, \partial \theta / \partial X = 0$  et  $\partial \varphi / \partial X = 0$ .
- A la paroi inférieure :  $U = 0, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 0$  et  $\partial \varphi / \partial Y = -N_T \partial \theta / N_B \partial Y$
- A la paroi du milieu :  $U = 0, V = 0, (\partial \theta / \partial Y)_c = ((1/R_k \lambda_k) (\partial \theta / \partial Y))_f$  et  $\partial \varphi / \partial Y = -N_T \partial \theta / N_B \partial Y$
- A la paroi inférieure :  $U = 0, V = 0, \partial \theta / \partial Y = 0$

Les paramètres adimensionnels apparaissant dans les équations de conservation et les conditions aux limites, sont définis comme suit :

$$Re = \frac{U_e H \rho_f}{\mu_f}; Da = \frac{K}{H^2}; R_\mu = \frac{\mu_{eff}}{\mu_f}; R_k = \frac{k_{eff}}{k_f}; N_T = \frac{D_T (\rho C_p)_s q H}{T_e k_f k_f}; N_B = D_B \frac{(\rho C_p)_s}{k_f} \phi_e; Le = \frac{k_f}{D_B (\rho C_p)_f};$$

$$\lambda_k = \frac{k_{effy}}{k_{effx}}; Pr = \frac{\mu_f C_p f}{k_f}; \Delta T = T_{ce} - T_{fe}$$

La température moyenne et de la concentration moyenne du nanofluide suivant une section sont données par :

$$\theta_{mf} = \frac{\int_0^{1/2} U \theta \partial Y}{\int_0^{1/2} U \partial Y}; \theta_{mc} = \frac{\int_{1/2}^1 U \theta \partial Y}{\int_{1/2}^1 U \partial Y} \quad (6)$$

Le phénomène de transfert de chaleur par convection est représenté par le nombre de Nusselt qui s'exprime par la relation suivante

- Fluide chaud : paroi du milieu  $Nu_c = \lambda_k R_k \frac{\partial \theta / \partial Y|_{1/2}}{\theta_{mc} - \theta_{mf}}$  (7)

- Fluide froid : paroi du milieu  $Nu_c = \frac{\partial \theta / \partial Y|_{1/2}}{\theta_{mc} - \theta_{mf}}$  (8)

Le nombre de Nusselt moyen est calculé comme suit :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu dX \quad (9)$$

### 3. Modélisation Numérique

Les équations décrivant les phénomènes de transport établis sont résolues par une méthode numérique, en l'occurrence celle des volumes finis Patankar [9], nous avons utilisé un maillage décalé qui assure le couplage entre des variables sensibles telles que la pression et la vitesse, la méthode de la tangente est utilisée pour la linéarisation du terme source, avec un schéma d'interpolation en loi de puissance (Power-Law). La résolution des équations algébriques s'est faite par la méthode dite ligne par ligne qui est une combinaison entre la méthode itérative de Gauss-Seidel dans une direction et l'algorithme T.D.M.A (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) dans l'autre direction. Il apparaît qu'à partir d'un système de grilles de  $250 \times 60$  (dans les directions X et Y respectivement), la solution numérique est faiblement affectée par la taille de la maille (erreur relative sur les différents paramètres thermique est inférieure à 0.04%).

#### 4. Résultats et discussion

Vu le nombre important des paramètres gouvernants de notre problème, nous avons fixé certains, alors que d'autres pertinents pour notre étude on les a fait varier. Ainsi, nous avons fixé la longueur de l'échangeur de chaleur ( $L = 30$ ), la porosité du milieu poreux ( $\epsilon = 0.9$ ), le nombre de Prandtl ( $Pr = 7$ ), le nombre de Reynolds ( $Re = 200$ ), le coefficient inertiel ( $C = 0.1$ ), le rapport des viscosités dynamiques ( $R_\mu = 1$ ), le rapport des conductivités thermiques ( $R_k = 1$ ), et le nombre de Lewis ( $Le = 1$ ). D'autre part, nous avons fait varier certaines caractéristiques du milieu poreux comme sa perméabilité traduite par le nombre de Darcy ( $10^{-6} \leq Da \leq 1$ ) et le rapport de conductivité thermique anisotrope ( $10^{-1} \leq \lambda_k \leq 10$ ), celles des paramètres liés au mouvement Brownien  $N_B = 0.1, 0.5$  et à l'effet thermophorèse ( $N_T = 0.1, 0.5$ ). Les effets de ces paramètres seront analysés sur les profils de température et de fraction volumique des nanoparticules, ainsi que sur les nombres de Nusselt.

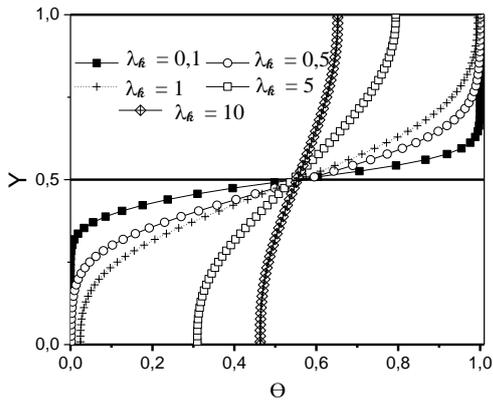


Figure 2 : Profils de température à la sortie de l'échangeur de chaleur pour différentes valeurs de  $\lambda_k$  :  $N_B = N_T = 0.1$  et  $Da = 10^{-3}$

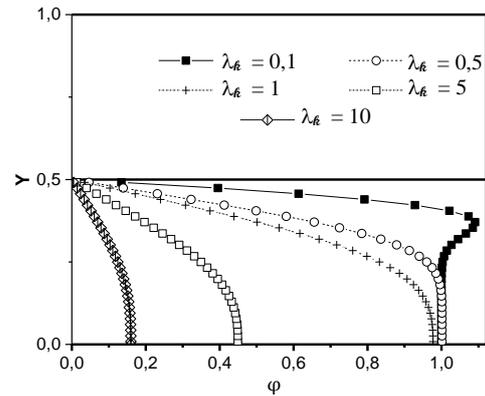


Figure 3 : Profils de la fraction volumique des nanoparticules à la sortie de l'échangeur de chaleur pour différentes valeurs de  $\lambda_k$  :  $N_B = N_T = 0.1$  et  $Da = 10^{-3}$

Avant d'aborder la discussion des résultats obtenus concernant l'étude de l'anisotropie thermique, il convient de noter que pour des valeurs de  $\lambda_k$  inférieures à l'unité cela correspond à une conductivité thermique effective transversale  $k_{effy}$  plus faible que la conductivité thermique axiale  $k_{effx}$  qui est à l'origine constante avec  $R_k = k_{effx}/k_f = 1$ . Le même raisonnement est noté pour les  $\lambda_k$  supérieurs à l'unité où  $k_{effy}$  est plus grand que  $k_{effx}$ .

Sur la Figure 2, les profils de température à la sortie de l'échangeur de chaleur sont représentés pour différentes valeurs de rapports de conductivité thermique anisotrope. Il apparaît clairement pour les faibles valeurs de  $\lambda_k$  que la température du fluide circulant dans le côté poreux est plus importante que celle du nanofluide, indiquant un très faible échange calorifique entre les deux compartiments de l'échangeur de chaleur. En augmentant  $\lambda_k$ , la conductivité transversale  $k_{effy}$  est ramenée à la hausse, ce qui est traduit par une bonne transmission de la chaleur selon cette direction, d'où une réduction de la chaleur calorifique du côté poreux qui est transmise vers le côté nanofluide, résultant à un aspect uniforme des profils de température avec des gradients thermiques extrêmement réduits à  $\lambda_k = 10$ .

L'effet de l'anisotropie thermique sur les profils de fraction volumique des nanoparticules est illustré sur la Figure 3. Comme déjà expliqué auparavant, aux faibles  $\lambda_k$  la différence calorifique entre les deux compartiments de l'échangeur donne naissance à des forts gradients de température, qui génèrent à leur tour une répartition non uniforme des nanoparticules, dont la fraction volumique la plus faible est au voisinage de la plaque séparatrice entre les deux compartiments de l'échangeur, et la plus grande au niveau de la paroi adiabatique. L'aspect non uniforme des nanoparticules disparaît avec l'intensification de la conductivité transversale, soit l'augmentation de  $\lambda_k$ , qui est une situation correspondante à une faible agitation thermique du nanofluide, ce qui explique le profil de fraction volumique relativement uniforme obtenu à  $\lambda_k = 10$ .

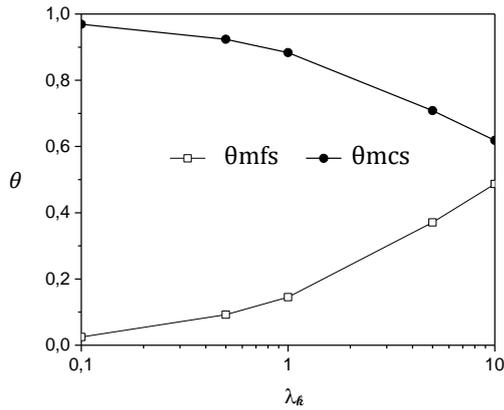


Figure 4 : Températures moyennes des fluides chaud et froid à la sortie de l'échangeur de chaleur pour différentes valeurs de  $\lambda_k$  :  $N_B = N_T = 0.1$  et  $Da = 10^{-3}$

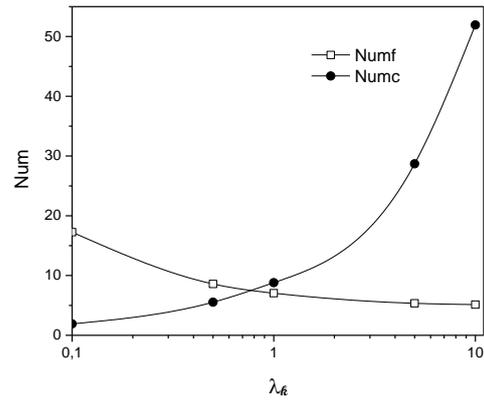


Figure 5 : Variation de  $Num_m$  avec  $\lambda_k$  :  $N_B = N_T = 0.1$  et  $Da = 10^{-3}$

L'évolution des températures moyennes à la sortie des deux compartiments de l'échangeur avec le rapport de conductivité thermique anisotrope est représentée sur la Figure 4. Il faut noter que  $\theta_{mfs}$  et  $(1-\theta_{mcs})$  donnent une bonne indication sur l'efficacité de l'échangeur de chaleur puisqu'elle est proportionnelle à ces termes. Cette évolution vient confirmer ce qui a été vu précédemment sur la Figure 2, c'est-à-dire que le maximum de transmission thermique et donc de performance est obtenu à  $\lambda_k = 10$ . Dans cette situation, nous avons la plus importante diminution de  $\theta_{mcs}$  qui est accompagnée par la plus grande augmentation de  $\theta_{mfs}$ .

La Figure 5 représente les variations des nombres de Nusselt moyens coté chaud et coté froid, avec le rapport de conductivité thermique anisotrope. On constate que l'augmentation de  $\lambda_k$  mène à un accroissement du transfert de chaleur du côté chaud, sous l'effet de l'amélioration de la conductivité thermique transversale. A l'opposé, du côté froid dans le compartiment nanofluide, le nombre de Nusselt froid diminue avec  $\lambda_k$ , suite à l'accroissement de la quantité de chaleur transmise du fluide chaud vers le fluide froid qui n'arrive pas à l'évacuer complètement puisqu'il s'échauffe (voir Figure 2).

Dans ce qui suit, nous allons représenter quelques résultats concernant la variation des propriétés du nanofluide qu'on a utilisé comme fluide refroidisseur dans l'échangeur de chaleur. Bien sûr, comme on a choisi le modèle diphasique de Buongiorno [4], qui est le plus réaliste pour simuler l'écoulement du nanofluide, donc les propriétés du nanofluide n'apparaissent qu'au niveau des diffusions Brownienne et thermophorèse représentées respectivement par  $N_B$  et  $N_T$ . Avant d'entamer la discussion de cette partie, il est important d'expliquer auparavant comment agissent  $N_B$  et  $N_T$ . La distribution de la fraction volumique en nanoparticules se développe sous les effets mutuels des forces de thermophorèse et du mouvement Brownien. Selon Buongiorno [4], les nanoparticules peuvent être mises en mouvement de façon homogène avec le fluide, à une vitesse de glissement provenant du mouvement Brownien et de la force thermophorèse. Le mouvement Brownien (proportionnel au gradient de concentration), peut être observé en raison de la dérive aléatoire des nanoparticules en suspension, alors que l'effet thermophorèse (proportionnel au gradient de température), implique la migration des nanoparticules à cause du gradient de température imposé à travers le fluide. La force thermophorèse tente d'induire la migration des nanoparticules dans le sens inverse du gradient de température (direction du chauffage), ce qui provoque une distribution non uniforme des nanoparticules. Une fois le gradient de concentration est développé par la force thermophorèse, la force Brownienne tendra à contrebalancer l'effet de cette dernière. En effet, le mouvement Brownien tente de repousser les particules dans la direction opposée du gradient de la concentration en rendant le nanofluide plus homogène. Ainsi, plus grandes ou plus petites sont les forces de thermophorèse et Brownienne respectivement, plus important est le gradient de concentration et la distribution non uniforme des nanoparticules.

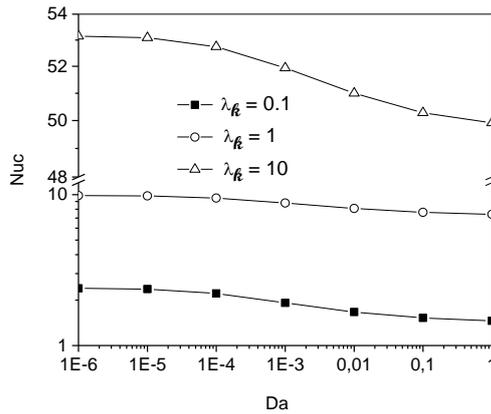


Figure 6 : Variation de  $Nu_{mc}$  avec  $Da$  pour différentes valeurs de  $\lambda_k$  :  $N_B = N_T = 0.1$

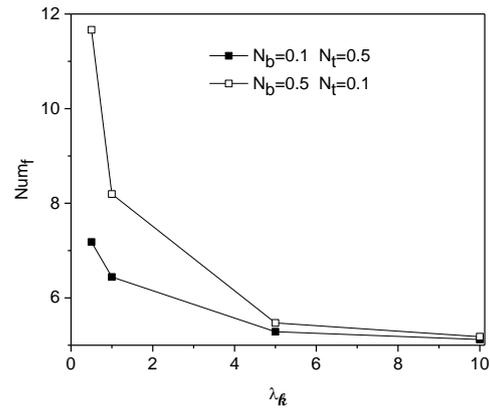


Figure 7 : Variation de  $Nu_{mf}$  avec  $\lambda_k$  pour différentes de  $N_B$  et  $N_T$ ,  $Da = 10^{-3}$

Il est bien connu que les matrices poreuses par leurs importantes surfaces d'échange contribuent à améliorer le transfert thermique. Dans ce sens et pour ajouter appui à ce résonnement, nous avons représenté sur la figure 6 la variation du nombre de Nusselt moyen chaud en fonction de la perméabilité du milieu poreux pour différentes valeurs de  $\lambda_k$ . Effectivement, aux faibles perméabilités du milieu poreux la surface de la matrice poreuse est très importante, au point où une grande partie de l'énergie calorifique du compartiment chaud est dissipé dans le milieu poreux avant d'être transmise vers le compartiment nanofluide. Pour cela, il y a augmentation du transfert de chaleur avec la réduction de la perméabilité du milieu poreux représentée par le nombre de Darcy. Le caractère anisotrope du milieu poreux ne fait qu'améliorer les propriétés thermiques de ce dernier et accroître le nombre de Nusselt chaud. Ceci est obtenu, bien évidemment par l'amélioration de la conductivité thermique transversale de la matrice qui est énormément bénéfique pour l'échangeur de chaleur, surtout pour les très faibles perméabilités ( $Da=10^{-6}$ ) où on obtient un accroissement de transfert thermique de l'ordre de 97% en passant de  $\lambda_k=0.1$  à  $\lambda_k=10$ .

La Figure7 représente l'évolution des nombres de Nusselt moyens coté froid avec le rapport de conductivité thermique anisotrope et cela pour différentes combinaison de  $N_T$  et  $N_B$ . On souligne que pour  $N_T=0.5$  et  $N_B=0.1$  l'effet thermophorèse est dominant alors que pour  $N_T=0.1$  et  $N_B=0.5$  c'est l'effet du mouvement Brownien qu'il emporte. Le nombre de Nusselt froid, qui caractérise le taux de transfert de chaleur au niveau du compartiment nanofluide, on remarque qu'il y a une appréciable amélioration de transfert thermique pour la situation du mouvement Brownien dominant.

## Conclusion

Le présent travail est une étude numérique du transfert de chaleur par convection forcée d'un nanofluide obéissant au modèle de Buongiorno dans un échangeur de chaleur, dont les parois sont isolées. L'accroissement de la valeur du rapport de conductivité anisotrope  $\lambda_k$ , conduit à une amélioration importante en transfert de chaleur du côté chaud mais en contrepartie réduit le transfert thermique et massique coté fluide froid, Pour la situation d'un mouvement Brownien dominant ( $N_B$  important), il y a amélioration du transfert de chaleur dans le compartiment contenant le fluide froid, en l'occurrence le nanofluide. Le transfert de masse est en contre partie réduit. La situation s'inverse pour les nombres de Nusselt quand l'effet thermophorèse devient dominant ( $N_T$  important).

