



Influence des Conditions Pariétales sur la Stabilité Hydrodynamique d'un Écoulement Externe

Abdelghani LAOUER^{*1}, Mounir BOUTELDJA², El Hacene MEZAACHE³, Belkacem ZEGHMATI⁴

^{1*}Département de Physique, Université de Jijel, BP 98, Jijel, 18000, Algérie

^{2,3}Laboratoire de Physico-chimie des Surfaces et Interfaces, Université de Skikda, BP. 26, Skikda 21000, Algérie

⁴Laboratoire de Mathématiques et Physique, Université de Perpignan, France

a_laouar@univ-jijel.dz, bouteldjamounir@yahoo.fr, e_mezaache@yahoo.fr, Zeghmati@univ-perp.fr

Résumé : Ce travail est consacré à l'analyse de la stabilité temporelle linéaire d'un écoulement externe laminaire sur une paroi soumise à un transfert pariétal de masse par injection ou aspiration. L'écoulement de base est supposé laminaire et bidimensionnel dont les profils de vitesse sont obtenus numériquement par la méthode de Runge-Kutta, par ailleurs, les perturbations de ces solutions de base sont exprimées sous forme d'ondes bidimensionnelles de Tollmien-Schlichting. La formulation du problème de stabilité conduit à l'équation d'Orr-Sommerfeld, résolue numériquement en utilisant la méthode de collocation spectrale de Chebyshev. Les résultats numériques sont présentés sous forme de diagrammes de stabilité marginale, de nombres de Reynolds critiques et de spectres des fonctions propres pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Ces illustrations montrent l'importance de l'effet d'injection et d'aspiration sur les caractéristiques de stabilité de l'écoulement.

Mots clés : Ecoulement externe, Stabilité linéaire, Injection, Aspiration, Equation d'Orr-Sommerfeld, méthode de collocation spectrale de Chebyshev.

1. Introduction

Le contrôle des écoulements externes demeure un sujet de recherche d'actualité compte tenu de ces nombreuses applications que ce soit en mécanique des fluides, en transfert de chaleur et de masse [1,2], et notamment en aérodynamique.

Diverses méthodes de contrôle ont été envisagées afin de contrôler l'écoulement et qui peuvent être réparties en deux classes : les méthodes passives qui utilisent principalement des caractéristiques géométriques ou physiques pour agir sur l'écoulement, et les méthodes actives qui utilisent des informations relatives à l'écoulement pour adapter son action, comme par exemple le contrôle par injection ou aspiration [3-5].

Watanabe et al. [6] ont présenté une étude théorique sur les caractéristiques de stabilité d'un écoulement en convection libre le long d'une plaque plane poreuse (perméable), verticale, soumise à un flux de chaleur uniforme de densité constante. Les équations de perturbation sont résolues numériquement sur la base de la théorie de stabilité linéaire pour une large gamme de valeurs du nombre de Grashof modifié, et quelques valeurs du paramètre d'aspiration ou d'injection pour un nombre de Prandtl, Pr , égal à 0,73 (air). Les solutions indiquent le rôle important des paramètres (nombre de Grashof et le paramètre d'injection ou d'aspiration) sur les caractéristiques d'écoulement et sur le transfert de chaleur.

Jeon et al. [7] montre qu'une diminution de 50% de la contrainte pariétale peut être obtenue sur une sphère où le contrôle est effectué par une injection/aspiration périodique à travers une fente. Une fréquence critique de soufflage a été révélée, en dessous de laquelle aucune réduction significative n'est constatée. Au-dessus de cette fréquence, une instabilité apparaît dans la couche limite et une zone de recirculation se développe provoquant la diminution du frottement.

Hifdi et al. [8] ont présenté une étude de la stabilité temporelle linéaire des écoulements symétriques en zone d'établissement en canal à partir de la résolution de l'équation d'Orr-Sommerfeld par la méthode spectrale de collocation de Chebyshev. La solution de base considérée est présentée sous forme analytique et correspond à des profils légèrement perturbés par rapport au profil de Poiseuille. Les auteurs ont montré que la forme et l'amplitude de ces profils sont déterminantes pour la stabilité de l'écoulement.

Une méthode de contrôle actif à savoir l'injection ou l'aspiration par transfert pariétal de masse le long d'une plaque plane horizontale est présentée. L'objectif de cette étude est d'analyser l'influence de ces conditions pariétales sur la stabilité temporelle hydrodynamique de l'écoulement.

2. Formulations mathématique

2.1. Ecoulement de base

Le fluide est supposé newtonien, incompressible et en écoulement laminaire bidimensionnel. Le système d'équations est décrit en considérant l'approximation de couche limite. Le profil de la vitesse de l'écoulement de base est obtenu par la résolution de l'équation adimensionnelle de Blasius :

$$\frac{d^3 f}{dy^3} + \frac{1}{2} f \frac{d^2 f}{dy^2} = 0 \quad (1)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

A la paroi (y=0) :

$$\frac{df}{dy}(0) = 0 \quad (2)$$

$$f(0) = f_w \quad (f_w < 0: \text{injection}, \quad f_w > 0: \text{aspiration}) \quad (3)$$

A la frontière de la couche limite (y→∞):

$$\frac{df}{dy}(\infty) = 1 \quad (4)$$

2.2. Stabilité linéaire

Pour l'étude de la stabilité linéaire temporelle d'un écoulement externe dont la vitesse U de l'écoulement de base est donnée par l'équation adimensionnelle de la couche limite de Blasius, les grandeurs dynamiques sont exprimées ainsi :

$$\begin{cases} u = U + u' \\ v = v' \\ p = P + p' \end{cases} \quad (5)$$

Où u' , v' et p' définissent respectivement les perturbations de la vitesse longitudinale, transversale et de la pression.

En introduisant la fonction de courant et en supposant que la perturbation peut être représentée sous la forme :

$$\tilde{\psi}(x, y, t) = \varphi(y) e^{i\alpha(x-ct)} \quad (6)$$

Les perturbations de la vitesse longitudinale et transversale sont alors données par :

$$u' = \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial y} = \varphi'(y) e^{i\alpha(x-ct)} = \hat{u}(y) e^{i\alpha(x-ct)} \quad (7)$$

$$v' = -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} = -i\alpha\varphi(y) e^{i\alpha(x-ct)} = \hat{v}(y) e^{i\alpha(x-ct)} \quad (8)$$

L'analyse en modes normaux de ce problème de stabilité conduit à l'équation d'Orr-Sommerfeld suivante :

$$(U-c)(\varphi'' - \alpha\varphi) - U''\varphi + \frac{i}{\alpha Re}(\varphi'''' - 2\alpha^2\varphi'' + \alpha^4\varphi) = 0 \quad (9)$$

Où le symbole «'» dénote la dérivation par rapport à y . Les grandeurs α (réel positif) et c (complexe = $c_r + ic_i$) définissent respectivement le nombre d'ondes et la vitesse de propagation. Re est le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de déplacement.

Les conditions aux limites associées à l'équation précédente sont :

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad \text{à} \quad y = 0, \quad (10)$$

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad \text{à} \quad y \rightarrow \infty \quad (11)$$

4. Résultats et Discussions

Le champ de vitesse adimensionnelle U de l'écoulement de base est obtenu par résolution de l'équation de Blasius à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Cependant, pour la résolution de l'équation de stabilité, la méthode spectrale de collocation de Chebyshev est utilisée. Les précisions concernant l'application de cette méthode sont données dans les ouvrages [9-11].

4.1. Profil de vitesse de l'écoulement de base

La figure 1 représente la variation de la vitesse adimensionnelle et de sa dérivée seconde, de l'écoulement de base, en fonction de la coordonnée adimensionnelle y , pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Les courbes correspondantes à la paroi imperméable sont représentées en ligne noire et sont considérées comme les points de référence dans la comparaison entre les effets de l'injection (en lignes rouge) et l'aspiration (en lignes bleu). Il est à noter que les épaisseurs de la couche limite dynamique augmentent avec l'augmentation de l'intensité d'injection et diminue avec l'augmentation de l'intensité d'aspiration.

Les dérivées secondes de la vitesse adimensionnelle sont représentées pour le cas de l'injection et de l'aspiration car ces figures jouent un rôle important dans l'étude de la stabilité hydrodynamique de l'écoulement. Elles montrent que les profils de vitesse n'ont pas de point d'inflexion pour le cas d'une paroi avec aspiration, par contre ces profils en présentent pour le cas d'une paroi avec injection.

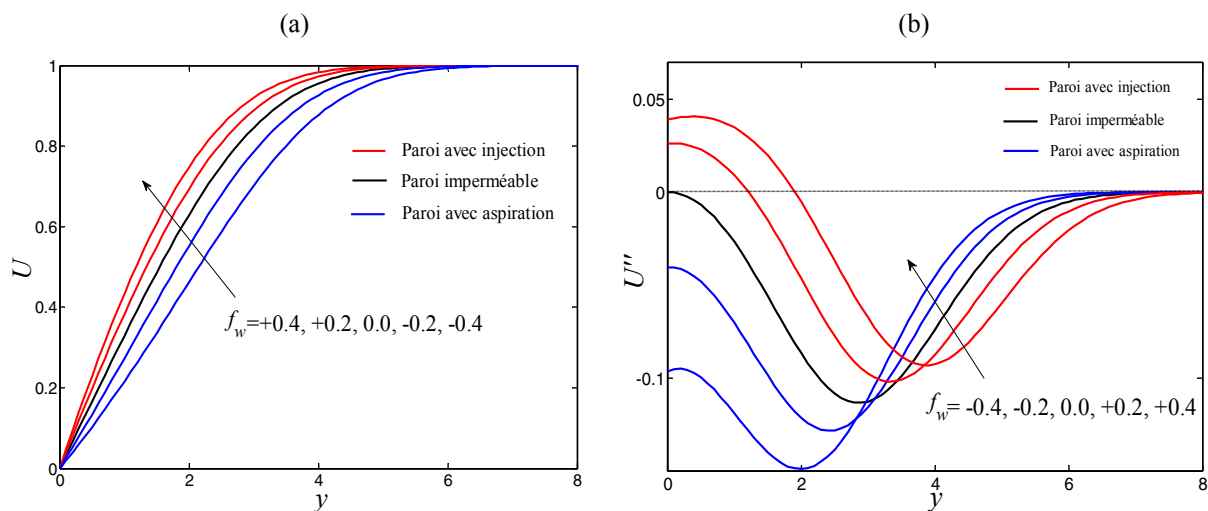


Figure 1 : Profils de vitesse de l'écoulement de base, (a) vitesse adimensionnelle, (b) dérivée seconde de la vitesse.

4.2. Analyse de stabilité

La figure 2 représente les courbes de stabilité marginale de l'écoulement pour quelques valeurs de la fonction de courant imposée. L'examen de cette figure montre que chaque courbe délimite deux zones : la zone stable de la zone instable de l'écoulement. On remarque que l'augmentation de l'intensité d'aspiration (figure 2a) provoque un décalage des courbes de stabilités vers la droite c'est-à-dire vers les grands nombres de Reynolds, ce qui rend l'écoulement plus stable (diminution de la zone d'instabilité). Par contre l'augmentation de l'intensité d'injection (figure 2b) engendre un élargissement de la zone d'instabilité et rend l'écoulement plus instable.

La forme des courbes de stabilité marginale dépend beaucoup du profil de la vitesse de l'écoulement de base. Dans le cas d'une paroi imperméable ou avec aspiration, les valeurs du nombre d'onde de ces courbes tendent vers zéro lorsque le nombre de Reynolds tend vers l'infini. Cela signifie que toutes les ondes deviennent stables. Au contraire pour les profils de vitesse avec un point d'inflexion (paroi avec injection), il existe toujours une gamme de nombres d'ondes instables même pour un nombre de Reynolds infini.

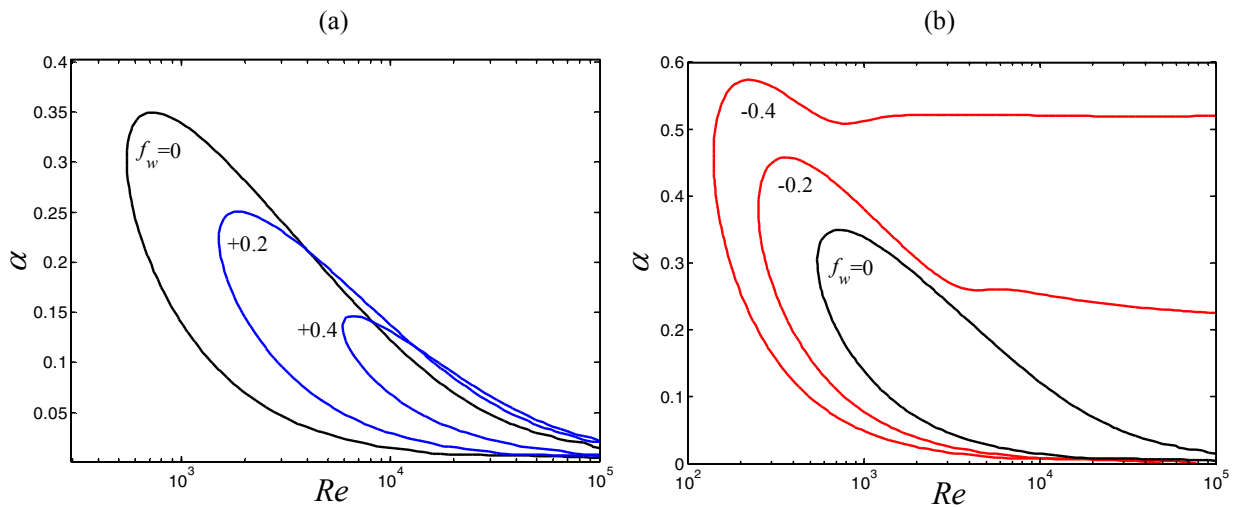


Figure 2 : Courbes de stabilité marginale, (a) paroi avec aspiration, (b) paroi avec injection

Les paramètres critiques de calcul de stabilité, pour un écoulement bidimensionnel de convection forcée sur une plaque plane, soumis à des perturbations bidimensionnelles linéaires, sont présentés dans le Tableau 1. On remarque que l'augmentation de l'intensité d'injection caractérisée par des valeurs négatives de la fonction de courant provoque une augmentation du nombre de Reynolds critique et une diminution du nombre d'onde critique. Il est à noter que l'aspiration provoque une évolution contraire à celle décrite précédemment.

Tableau 1 : Paramètres critiques

	f_w	Re_c	α_c
Paroi avec injection	-0,2	254,7	0,376
	-0,4	141,0	0,464
Paroi imperméable	0,0	519,4	0,303
Paroi avec aspiration	+0,2	1515,5	0,220
	+0,4	5866,0	0,136

La figure 3 représente les modules des fonctions propres correspondant au mode instable pour les différents cas : paroi imperméable (figures 3-a), paroi avec aspiration (figures 3b) et paroi avec injection (figures 3c). Le trait continu de ces courbes, représente l'amplitude de la fluctuation de vitesse longitudinale et le trait discontinu l'amplitude de la fluctuation de la vitesse normale. On constate que le maximum de fluctuation de la vitesse est localisé près de la paroi ce qui montre que l'écoulement se déstabilise d'abord dans la région de proche paroi. De plus, on observe que le maximum de fluctuation pour v correspond au minimum de fluctuation pour u . Il est à noter que dans toutes les courbes, il y a une annulation du module de la fluctuation de vitesse

longitudinale qui correspond à un changement de phase (le changement de phase indique que l'amplitude change de signe autour d'un point).

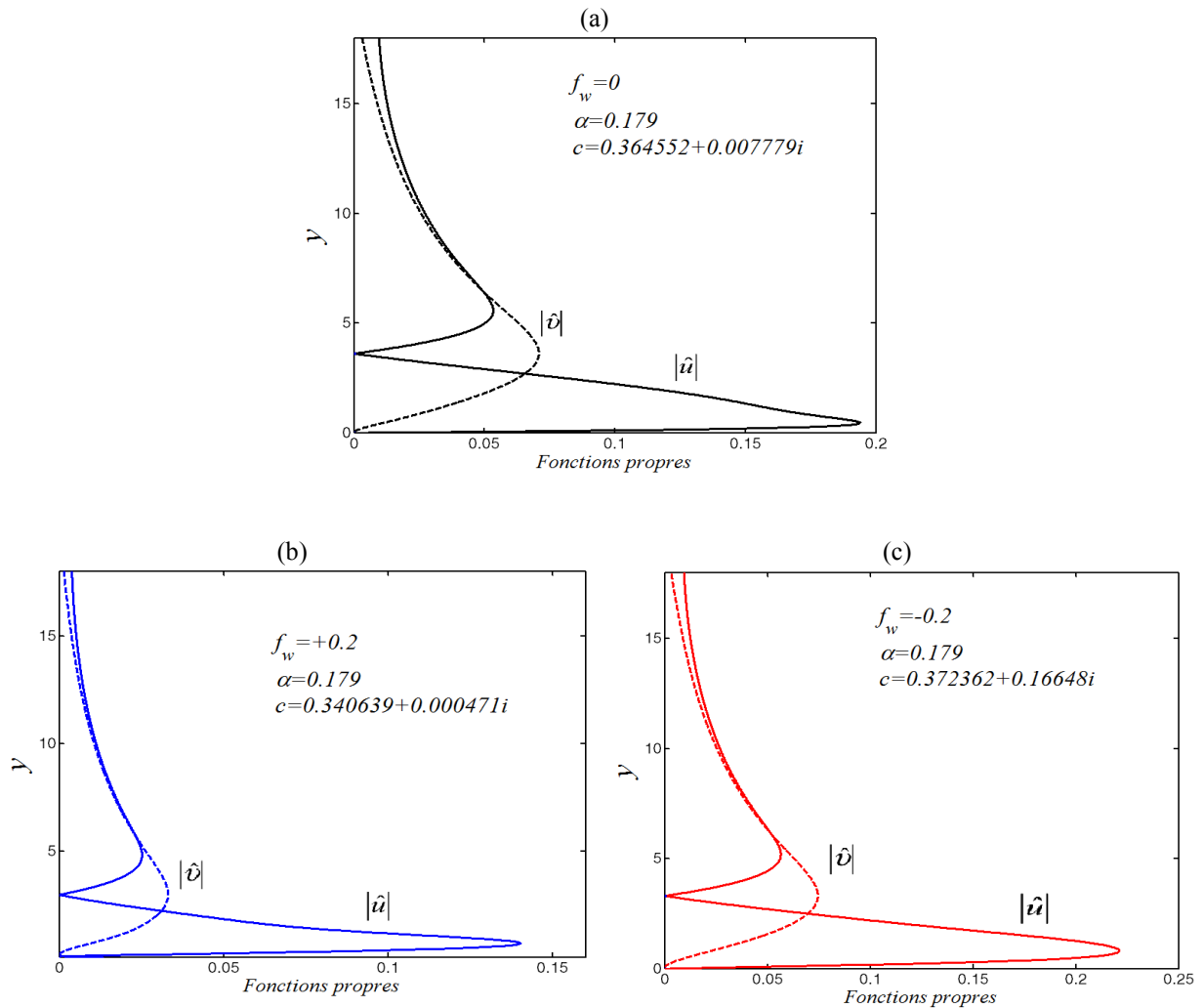


Figure 3 : Module des fonctions propres, (a) paroi imperméable, (b) paroi avec aspiration, (c) paroi avec injection

Conclusion

Une analyse de la stabilité temporelle linéaire d'un écoulement externe sur une paroi plane soumise à un transfert pariétal de masse par injection ou aspiration est présentée. La résolution du problème d'instabilité est réalisée à l'aide de la méthode spectrale de collocation de Chebyshev. Cette dernière a permis d'obtenir les diagrammes de stabilité marginale, les nombres de Reynolds critiques et les spectres des fonctions propres pour différentes valeurs de la fonction de courant imposée. Les solutions numériques indiquent l'importance de l'effet d'injection et d'aspiration sur les caractéristiques de stabilité de l'écoulement. Le nombre de Reynolds critique est très sensible à la forme du profil de vitesse de l'écoulement de base. En particulier, l'existence d'un point d'inflexion rend l'écoulement plus instable et le nombre de Reynolds critique Re_c diminue ; c'est le cas d'une paroi avec injection caractérisé par des valeurs négatives de la fonction de courant imposée. Au contraire pour les profils de vitesse sans point d'inflexion, cas d'une paroi avec aspiration, l'écoulement devient plus stable et le nombre de Reynolds critique augmente.

Nomenclature

c	vitesse de propagation d'onde, m/s
D	matrice de première dérivation de Chebyshev
f	fonction de courant adimensionnelle
p	pression, Pa
Re	nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur
t	temps, s
	vitesse longitudinale, m/s
U	vitesse longitudinale adimensionnelle
\hat{u}	amplitude de la fluctuation de la vitesse u , m/s
v	vitesse normale, m/s
\hat{v}	amplitude de la fluctuation de vitesse v , m/s
x	abscisse dans le sens de l'écoulement, m
y	coordonnée normale à la paroi, m

Symboles Grecs

α	nombre d'onde
$\tilde{\psi}$	fonction de courant de perturbation
δ^*	épaisseur de déplacement
φ	amplitude adimensionnelle de la perturbation

Indices, Exposants

i	imaginaire
r	réel
∞	position à l'infinie
w	paroi

Références

- [1] E. Mezaache, M. Daguinet, Etude numérique de l'influence de l'inclinaison sur l'évaporation d'un film liquide s'écoulant sur une paroi plane isotherme ou à flux de chaleur imposé, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 76 (2), pp. 203-210, 1998.
- [2] E. Mezaache, M. Daguinet, Etude numérique de l'évaporation dans un courant d'air humide laminaire et turbulent d'un film d'eau ruisselant sur une plaque inclinée, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 78 (5), pp. 94-1005, 2000.
- [3] A. Laouer, E. Mezaache, Numerical Study of the Effect of Parietal Suction and Injection on Momentum and Heat Transfer of Laminar and Turbulent External Flow, *Energy Procedia*, 36, pp. 1101-1110, Elsevier, 2013.
- [4] A. Laouer, E. Mezaache, S. Laouer, Study of the effect of parietal suction and blowing on the stability of laminar external flow, *International Journal of Heat and Technology* 34 (2), pp. 302-310, 2016.
- [5] A. Laouer, E. Mezaache, S. Laouer, Influence of Surface Mass Transfer on the Stability of Forced Convection Flow Over an Horizontal Flat Plate. *Computational Thermal Sciences*, Volume 08, No.4, pp. 355-369, Begell House, 2016.
- [6] T. Watanabe, H. Taniguchi, M. Kumagai, Stability of free convection with uniform suction or injection from a vertical flat plate subjected to a constant wall heat flux, *Acta Mechanica*, Volume 136, Pages 143-153, 1999.
- [7] S. Jeon, J. Choi, W. Jeon, H. Choi, & J. Park, Active control of flow over a sphere for drag reduction at a subcritical Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Volume 517, Pages 113-129, 2004.
- [8] A. Hifdi, M.O. Touhami, and J. K. Naciri, Stabilité linéaire d'écoulements symétrique presque parallèles en canal, *C.R. Mécanique*, 332, 859-866. 2004.
- [9] J.P. Boyd, *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*, New York: Dover Publications, 2000.
- [10] R. Peyret, Spectral methods for incompressible viscous flow, *Applied Mathematical Sciences*, volume 148, Springer-Verlag, New York, 2002.
- [11] C. Canuto, M.Y. Hussaini, A. Quarteroni and T.A. Zang, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Berlin: Springer-Verlag, 1988.