



## LA CONVECTION THERMOSOLUTALE DANS UNE CAVITÉ CYLINDRIQUE VERTICALE ANNULAIRE

Mohamed Amine MEDEBBER<sup>1</sup>, Noureddine RETIEL<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques, Université  
de Mostaganem, B.P.188 27000 Mostaganem, Algérie

<sup>1</sup>[amine\\_mg@yahoo.fr](mailto:amine_mg@yahoo.fr)

**Résumé:** Les transferts par la convection thermosolutale sont fréquemment utilisés dans les différents procédés dans l'industrie. Notre étude numérique consiste à étudier la convection double diffusive dans une cavité cylindrique. Nous avons fixé les paramètres physiques, nombre de Prandtl égal à 1,0, et le nombre Lewis  $Le=2$ , par ailleurs nous avons varié le rapport des Rayleighs pour  $0.8 \leq N \leq 1.3$ . L'effet du rapport des Rayleigh ( $N$ ) sur le transfert thermique ( $Nu$ ) et le transfert de masse ( $Sh$ ), induit par convection thermosolutale, est étudié numériquement par la méthode des volumes finis. La configuration considérée est celle du domaine annulaire, les parois verticales sont maintenues à des températures et des concentrations différentes alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. L'écoulement est considéré bidimensionnel, la variation de la masse volumique est régit par l'approximation de Boussinesq.

### Mots clés :

La convection thermosolutale, la méthode des volumes finis, les coordonnées cylindriques, cavité cylindrique partiellement annulaire.

## 1. Introduction

La convection thermosolutale dans les cavités fermées a eu une attention pour son importance dans les applications technologique, car elle offre un champ d'application privilégié dans des situations réelles diverses: croissance de cristaux destinés à l'industrie des semi-conducteurs, processus de séchage, processus de fusion-solidification de mélanges binaires, stockage des gaz liquide ou oxydation des surfaces métalliques. On estime actuellement que ce phénomène de transfert convectif de masse et de chaleur constitue un domaine très actif car d'importants travaux expérimentaux et numériques ont été effectués très récemment. La diversité des configurations et le nombre important de paramètres qui interviennent dans ce type d'écoulement nous donne un grand choix de domaine d'études. Rappelons brièvement les principales caractéristiques de la convection double diffusive en cavités rectangulaires: Une première référence dans ce domaine sont les travaux de Kamotani et al. [1] qui ont observé dans leurs expériences la présence d'une structure principale unicellulaire proche de la convection thermique pure lorsque le rapport des nombres de Rayleigh  $N$  est inférieur à 6. Dans ce cas où la convection thermique domine, l'écoulement d'origine solutale est confiné au strict voisinage de la paroi, tandis que le mouvement d'origine thermique occupe une zone plus près du centre de la cavité. Cela est dû à la forte différence de diffusivité thermique et solutale ( $Le=300$ ). L'étude de Kamotani concerne des cavités de faible allongement ( $Ar=0.5$ ) mais la même structure monocellulaire a été observée par Han et Kuehn [2,3] ( $Ar=1$  et 4) puis Lee et Hyun [4,5] ( $Ar=2$ ) pour des rapports de forme supérieurs à l'unité. Le deuxième type de cavités est annulaire. Citons en particulier les travaux de P.W.Shipp et al.[6,7] qui ont étudié numériquement le problème de la convection thermosolutale laminaire dans une cavité annulaire de rapport de forme 1 ( $H/\Delta r$ ) et un rapport de rayon  $K=re/ri$  égal à 2 pour un fluide ayant un nombre de Prandtl égal à 7, en présence de gradients horizontaux de température et de concentration. Ils ont présenté des résultats numériques en stationnaire pour des gradients opposés et coopérants. Ils ont montré également que l'écoulement solutal domine lorsque le nombre de Rayleigh solutal est important et inversement lorsqu'il est faible. Pour un nombre de Rayleigh thermique fixé à  $5 \cdot 10^4$  et un nombre de Lewis égal à 5. En faisant varier le rapport des nombres de Rayleigh  $N$  entre -10 et 10, ils se sont surtout intéressés à la transition entre le cas où l'écoulement à gradients opposés se transforme en un écoulement à gradients coopérants, c'est à dire pour des rapports  $N$  faibles compris entre -2 et 0. Ils ont constaté que

contrairement aux écoulements où l'un des gradients est dominant (thermique ou solutal) et qui présente un écoulement unicellulaire. Parmi les études récentes disponibles sur ce phénomène nous pouvons citer entre autres les travaux effectués par Mohamed A. Teamah [8], Retiel et al [9], et Bennacer et al. [10]. Plus récemment Sheng Chen et Jonas Tölke [11] ont étudiés numériquement la convection à double diffusion dans une cavité annulaire vertical avec des condition de température et de gradients de concentration opposés pour un nombre de Rayleigh élevé jusqu'à  $10^7$  en utilisant le modèle Boltzmann.

Les différentes géométries y compris trapézoïdales comme cas particulier ont largement intéressé les chercheurs. Des études numériques sur la convection naturelle dans des cavités trapézoïdales sont présentées par Hasanuzzaman et al. [12], Varol et al. [13], ils ont analysé numériquement l'entropie dans une enceinte trapézoïdale à angle droit remplie d'un milieu poreux. Ils ont utilisé la méthode des différences finies pour différentes valeurs de conductivité thermique. Teamah [14, 15] a étudié numériquement la convection double diffusive dans une cavité trapézoïdale symétrique, pour différentes valeurs du nombre de Grashof.

L'absence d'études dans des cavités cylindriques partiellement annulaire nous a motivés pour rechercher des résultats concernant ce type de cavité. Nous avons jugé utile d'étudier l'effet d'un autre paramètre géométrique qui est la variation du rapport des hauteurs  $X, 0.25, 0.5, 0.75, 1$  pour un rapport de courbure égal 2 et un nombre de Prandtl égal à 1,0,  $Ra_c = 10^6$  et un nombre Lewis  $Le = 2.0$ , par ailleurs nous avons varié  $0.8 \leq N \leq 1.3$ .

## 2. Modèle physique et méthode numérique

Domaine étudié consiste en l'espace entre deux cylindres coaxiaux verticaux de hauteur différentes dont les parois verticales sont maintenues à des températures et des concentrations différentes (chaude)  $T_c, C_c$  et (froide)  $T_f, C_f$  alors que les parois horizontales inférieure et supérieure sont supposées adiabatiques et imperméable (voir Fig1), par contre la paroi horizontale intermédiaire est à la même température que cylindre intérieur.

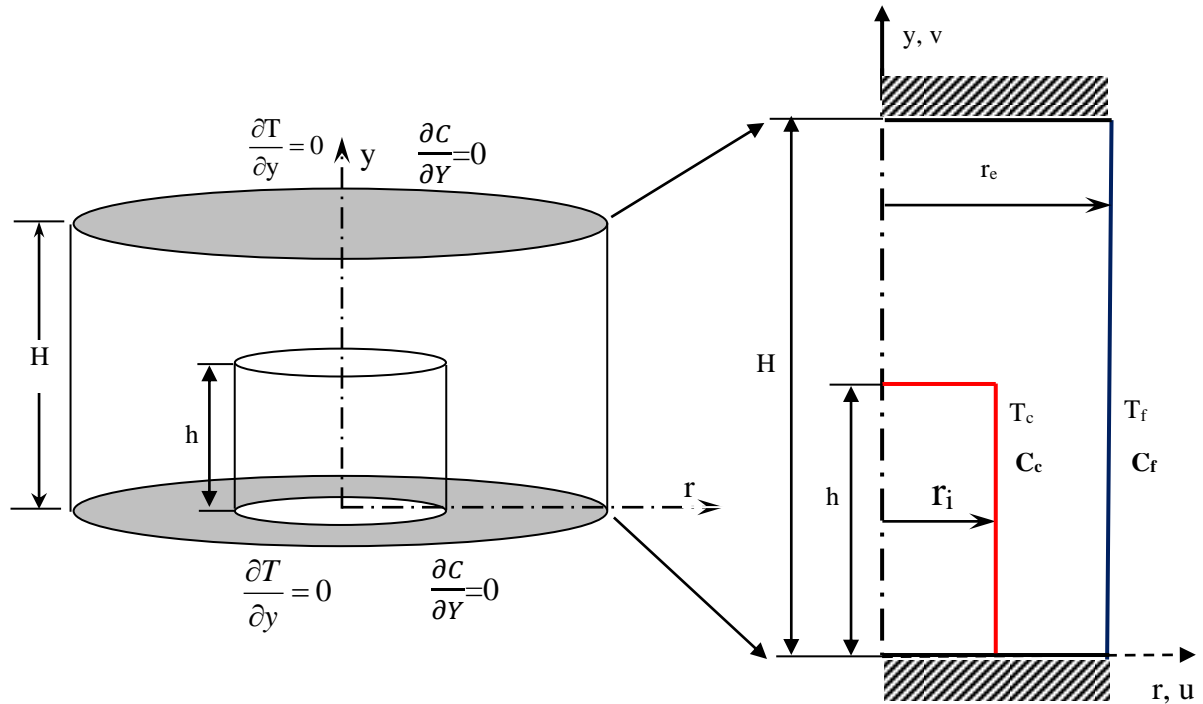


Figure 1. Physical model

Le fluide est supposé newtonien et l'écoulement incompressible, les propriétés physiques, la viscosité cinématique  $\nu$  et de diffusivité thermique  $\alpha$  sont constantes sauf pour la masse volumique qui dépend de température et concentration (approximation de Boussinesq) selon la relation suivante:

$$\rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta_T (T - T_0) - \beta_C (C - C_0)] \quad (1)$$

Avec  $\beta_T, \beta_C$  sont respectivement, le coefficient d'expansion thermique et solutal:

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2)$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_P \quad (3)$$

Les grandeurs caractéristiques utilisées pour adimensionner le problème sont: la vitesse, la pression et la température. Etant donné la symétrie angulaire, le problème est considéré bidimensionnel.

$(R, Z) = (r, z)/L$        $L=r_e-r_i$ ,       $r_e$ : rayon du cylindre extérieur,       $r_i$ : rayon du cylindre intérieur

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{\frac{L}{v}}, \quad P = \frac{p}{\frac{\rho v^2}{L^2}}$$

$$\theta = \frac{T - T_r}{\Delta T} \text{ avec } T_r = \frac{T_c + T_f}{2} \text{ et } \Delta T = T_c - T_f$$

$$S = \frac{C - C_r}{\Delta C} \text{ avec } C_r = \frac{C_c + C_f}{2} \text{ et } \Delta C = C_c - C_f$$

Avec ces hypothèses, le mouvement du fluide ainsi que les répartitions de températures  $\theta$  et de concentration  $S$  dans le milieu sont régies par les équations adimensionnelles suivantes:

Equation de continuité:

$$\frac{\partial(RU)}{R \partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

Equation de quantité de mouvement radial :

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{U}{R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \quad (5)$$

Equation de quantité de mouvement axial :

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} + \frac{Ra_T}{Pr} (\theta + NS) \quad (6)$$

Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial \theta}{\partial R} + V \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right] \quad (7)$$

Equation de concentration :

$$U \frac{\partial S}{\partial R} + V \frac{\partial S}{\partial Z} = \frac{1}{Le} \left[ \frac{\partial^2 S}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial S}{\partial R} + \frac{\partial^2 S}{\partial Z^2} \right] \quad (8)$$

Les paramètres caractéristiques qui interviennent dans les équations adimensionnelles ci-dessus et dont les valeurs conditionnent les transferts de chaleur dans la cavité sont:

A. Les paramètres géométriques:

$A=H/L$        $H$ : la hauteur du cylindre extérieur.

$A_i=h/L$        $h$ : la hauteur du cylindre inférieur.

$K=r_e/r_i$        $K$ : le rapport de courbure

$X=h/H$        $X$ : le rapport de hauteur.

B. Les paramètres physiques:

- Le nombre de Rayleigh thermique:

$$Ra_T = \frac{g\beta_T \Delta T L^3}{\nu \alpha}$$

- Le nombre de Rayleigh solutal:

$$Ra_c = \frac{g\beta_c \Delta C L^3}{\nu \alpha}$$

- Le rapport des forces de poussée d'origine thermique et solutale:

$$N = \frac{Ra_c}{Ra_T} = \frac{\beta_c \Delta C}{\beta_T \Delta T}$$

- Le nombre de Schmidt:

$$Sc = \frac{\nu}{D}$$

- Le nombre de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

- Le nombre de Lewis qui donne le rapport de la diffusivité thermique sur la diffusivité solutale:

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha}{D}$$

En tenant compte de l'adimensionnement des grandeurs physiques, les conditions aux limites sont:

$$R = \frac{1}{K-1} \text{ et } Z=(0, A_i) \quad \theta = \frac{1}{2}, S = \frac{1}{2} \quad U=V=0$$

$$R = \frac{K}{K-1} \text{ et } Z=(0, A) \quad \theta = -\frac{1}{2}, S = -\frac{1}{2} \quad U=V=0$$

$$Z=0, A \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial Z} = 0 \quad U=V=0$$

$$Z = A_i \text{ et } 0 \leq R \leq \frac{1}{K-1} \quad \theta = \frac{1}{2}, S = \frac{1}{2}, \quad U=V=0$$

Vu que notre domaine d'étude est symétrique par rapport à l'axe vertical (OZ) notre calcul s'effectue sur la moitié du cylindre. Les conditions aux limites au niveau de l'axe (OZ) deviennent:

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial R} = 0 \quad U = 0$$

## 2.1 Méthode numérique

Le modèle numérique utilisé pour résoudre le système d'équations est fondé sur la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme SIMPLER développée par Patankar [16], cette méthode s'appuie sur une discrétisation du domaine de calcul en différents noeuds, chacune d'entre eux étant entouré d'un volume élémentaire sur lequel on intègre les équations aux dérivées partielles. Le maillage est irrégulier très raffiné sur les parois et grossier dans le milieu de l'espace étudié.

## 2.2 Résultat numérique et validation

Nous avons également testé la validité de notre code de calcul sur des cavités annulaires en comparant nos résultats à ceux de R.Kumar et al. [17] et de G. De Vahl Davis et al. [18] dans le cas d'un écoulement de convection naturelle thermique pure (tableau 1) puis thermosolutale (tableau 2).

Tableau I. le nombre de Nusselt moyen Nu pour (A=10 et K=2.0 et Pr=0.71).

Nombre de Rayleigh	Présent travail	R.Kumar et al.[17]	De Vahl Davis et al.[18]
$10^4$	2.361	2.355	2.333
$5.10^4$	3.702	3.718	3.758
$10^5$	4.535	4.558	4.568

Tableau 2: le nombre de Nusselt moyen Nu et le nombre de Sherwood moyen Sh pour (A=1, K=2, Le=2 et Pr=0.71).

	Nu		Sh	
	Present	S. Chen et al [11]	Present	S. Chen et al [11]
N=0.8	6.762	6.8463	8.7501	8.7006
N=1.3	2.913	3.0187	5.2312	5.2019

La comparaison est satisfaisante et l'erreur relative commise sur le nombre de Nusselt moyen par rapport aux valeurs proposées par les différents auteurs est de l'ordre de 1% Tableau 1. et 2.

### 3. Résultats et discussion

#### 3.1. Choix des principaux des paramètres de configuration:

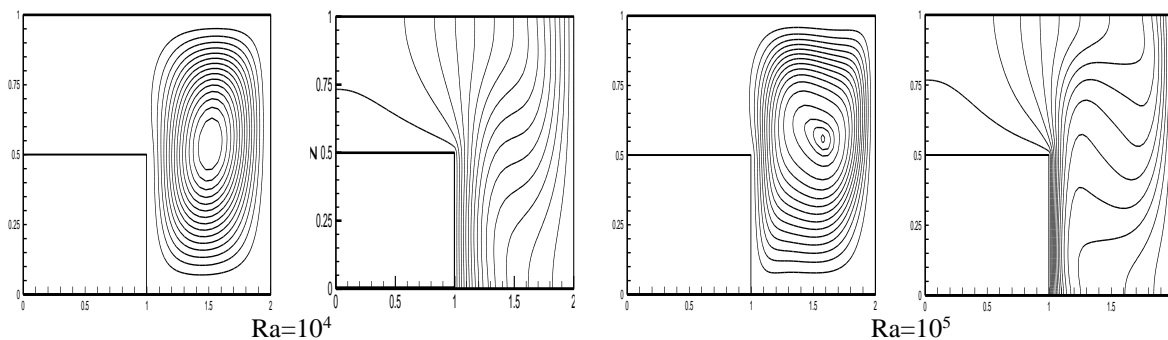
La structure de l'écoulement, le champ thermique, ainsi que le transfert de chaleur et transfert de masse à travers les parois verticales sont examinés dans cette section.

Dans cette étude nous avons fait varier le nombre de Rayleigh  $10^3 \leq Ra \leq 10^7$  pour un nombre de Prandtl est fixé à 1.0 (cas de l'air), et le rapport des rayons K=2. Les résultats sont présentés pour deux valeurs du rapport des Rayleighs (N=0.8 et 1.3) pour un rapport de hauteur  $X = \frac{1}{2}$ .

Nous présentons des champs de température ( $\theta$ ), de concentration (S), ligne de courant ( $\Psi$ ) et des valeurs quantitatives du transfert de chaleur Nu (nombre de Nusselt) et transfert de masse Sh (nombre Sherwood) pour différentes paramètres qui caractérisent le problème de transfert de chaleur en régime stationnaire.

#### 3.2 Influence du nombre de Rayleighs :

Nous avons étudié parallèlement l'influence du nombre de Rayleigh  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$  et le rapport de Rayleigh  $0.8 \leq N \leq 1.3$  sur le champ de température, le champ de vitesse et le champ de concentration. Le rapport de hauteur de la cavité (X) est fixé à 0.5 et le rapport des rayons vaut 2.



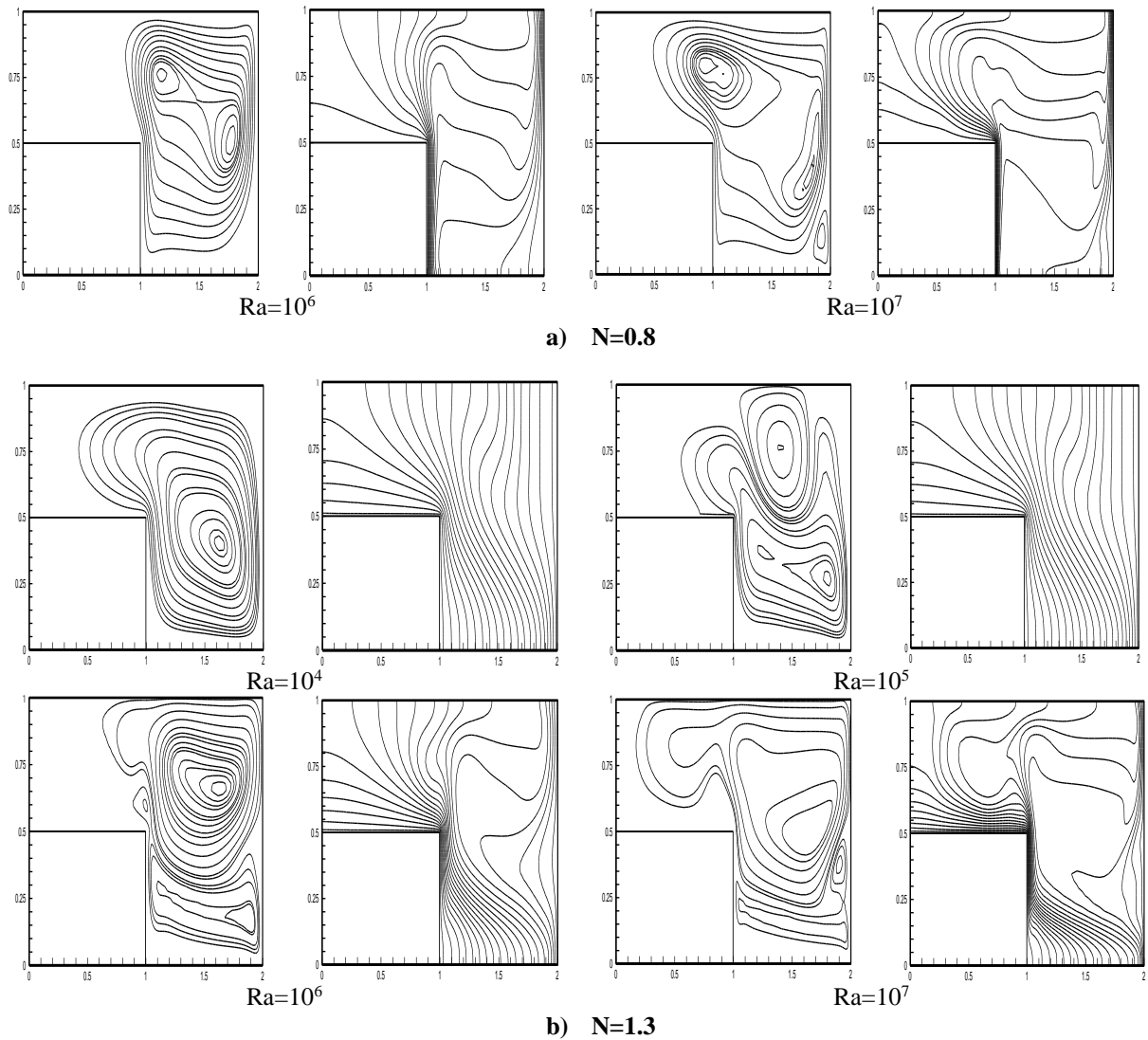


Fig.2 Lignes de courant et isothermes  $Pr=1$ ,  $Le=2$ ,  $A=1$   $K=2$ ,  $X=0.5$  for  $N=0.8$  (a),  $N=1.3$  (b).

Pour  $N=0.8$  et des faibles valeurs du nombre de Rayleigh  $Ra \leq 10^4$ , l'écoulement est nettement faible. Le transfert de chaleur est pratiquement en régime conductif avec une stratification horizontale des isothermes (fig 2.a). Lorsque  $Ra$  augmente  $Ra > 10^5$ , les forces de volume d'origine thermique sont dominantes par la présence d'une structure unicellulaire, l'écoulement comporte comme un écoulement de convection thermique pure, tandis que le mouvement d'origine solutale reste localisé près des parois. Ceci ne varie en fait que dans une mince couche au voisinage des parois car le gradient de température est assez puissant pour provoquer un écoulement convectif. Ainsi que nous constatons la présence d'une forte circulation apparaît dans cœur de la cavité orientée dans le sens des aiguilles d'une montre. En revanche lorsque  $N > 1.0$  l'écoulement est principalement dominé par une composition des deux force de poussé thermique et massique. Pour  $N=1.3$  et un nombre de Rayleigh important  $Ra > 10^5$ , on observe deux cellule, une dans la partie supérieure de la cavité (cellule thermique) circule dans le sens des aiguilles d'une montre et l'autre recirculation (cellule massique) circule dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, se produisant près la partie inferieur de la cavité (fig 2.b). Pour étudier profondément le transfert de chaleur et de masse, on a calculé le nombre de Nusselt moyen  $Nu$  et le nombre de Sherwood moyen  $Sh$  au niveau de la paroi vertical du cylindre intérieur. Les résultats obtenus sont présenté dans les figures 3 et 4.

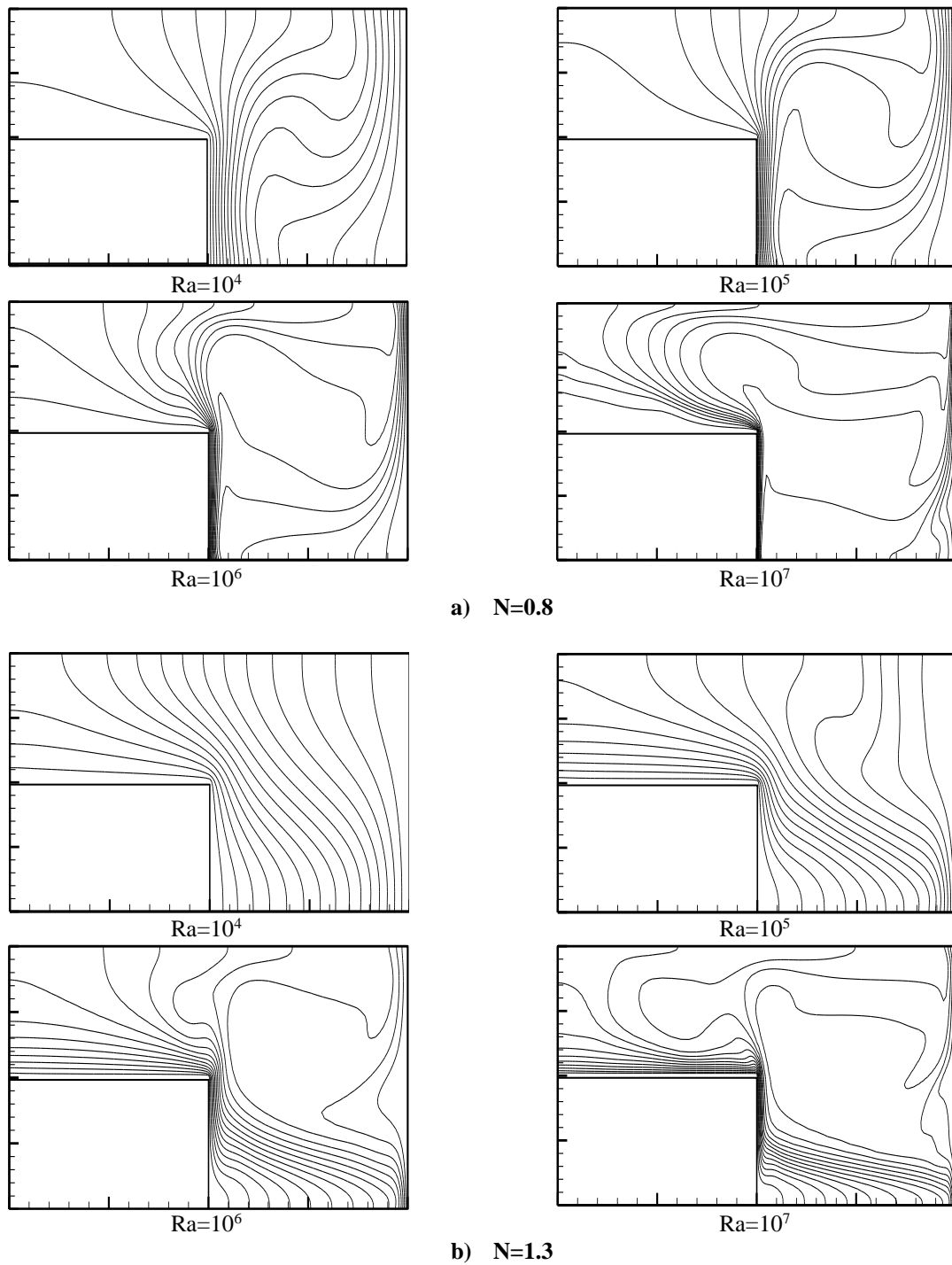


Fig.2 le champ de concentration  $Pr=1$ ,  $Le=2$ ,  $A=1$   $K=2$ ,  $X=0.5$  for  $N=0.8$  (a),  $N=1.3$  (b).

Pour étudier le transfert de chaleur et de masse, on a calculé le nombre de Nusselt moyen  $Nu$  et le nombre de Sherwood moyen  $Sh$  au niveau de la paroi vertical du cylindre intérieur. Les résultats obtenus sont présentés dans les figures 3 et 4.

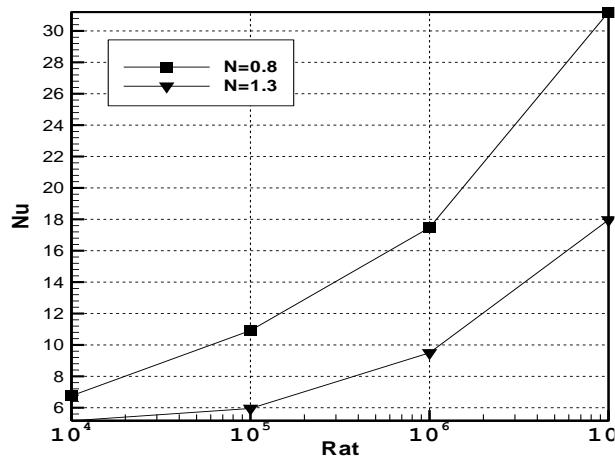


Fig.3 Effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur pour  $X=0.5$ ,  $Pr=1$ ,  $Le=2$

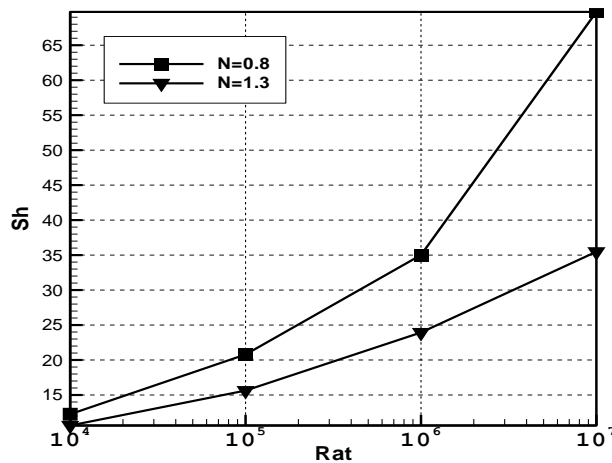


Fig.4 Effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de masse pour  $X=0.5$ ,  $Pr=1$ ,  $Le=2$

Dans la première analyse, nous remarquons que pour les deux valeurs de  $N$  (0.8, 1.3), le transfert de chaleur et le transfert de masse augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Pour la deuxième analyse, nous constatons que le transfert de chaleur et de masse sont supérieurs pour  $N=0.8$  par rapport à  $N=1.3$ , car pour  $N < 1$  les forces de poussée thermique et solutale sont coopérantes et jouent un rôle important pour augmenter le transfert de chaleur et de masse par contre lorsque  $N > 1$  les deux forces de poussées sont opposées.

### Conclusion

Dans ce travail nous avons pu montrer le comportement des structures d'écoulement, et du champ de température entre deux cylindres verticaux coaxiaux. Dans la première partie, nous avons mis en évidence l'effet du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) sur le transfert de chaleur, on a observé que pour les deux valeurs de  $N$  (0.8, 1.3), le transfert de chaleur et le transfert de masse augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié l'effet du rapport des Rayleigh ( $N$ ) sur la convection double diffusive, on a remarqué que les transferts de chaleur et de masse sont supérieurs pour  $N=0.8$  par rapport à  $N=1.3$ , de plus, on a constaté lorsque  $N=1.3$  l'apparition des écoulements multicellulaires suite à des forces de poussées thermiques et massiques opposées.



## Nomenclature

$a$	Rapport de forme = $h/\Delta r$	$H$	Hauteur du cylindre extérieur (m)
$A$	Rapport de forme = $H/\Delta r$	$K$	rapport des rayons = $r_e/r_i$
$g$	Accélération de la pesanteur (m.s <sup>-2</sup> )	$\Delta r$	Largeur de la cavité annulaire = $r_e - r_i$ (m)
$h$	Hauteur du cylindre intérieur (m)	$Nu$	Nombre de Nusselt
$Pr$	Nombre de Prandtl	$Sh$	Nombre de Sherwood
$r$	Coordonnée polaire dimensionnée (m)	$X$	Rapport de hauteurs des cylindres = $h/H$
$Le$	Nombre de Lewis	$Y$	Coordonnée axiale dimensionnée (m)
$Ra_T$	Nombre de Rayleigh Thermi = $g\beta\Delta T\Delta r^3/\nu\alpha$	<i>Symboles grecs</i>	
$Ra_c$	Nombre de Rayleigh Solut = $g\beta\Delta C\Delta r^3/\nu\alpha$	$\alpha$	Diffusivité thermique (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )
$N$	Rapport des Rayleighs = $Ra_c/Ra_T$	$\beta$	Coefficient d'expansion thermique (K <sup>-1</sup> )
$R$	Coordonnée polaire dimensionnée	$\nu$	Viscosité cinématique (m.s <sup>-2</sup> )
$T$	Température dimensionnée (°C)	$\rho$	Densité du fluide (kg.m <sup>-3</sup> )
$\Delta T$	Ecart de température = $T_c - T_f$	$\theta$	Température adimensionnée
$\Delta C$	Ecart de concentration = $C_c - C_f$	$\lambda$	Conductivité thermique (W/m.°C)
$S$	Concentration adimensionnée	<i>Indices</i>	
$U$	Vitesse horizontale adimensionnée	$f$ :	froid, $c$ : chaud, $i$ : interne, $e$ : externe
$V$	Vitesse verticale adimensionnée		

## Références

- [1] Y. KAMOTANI, L.W.WANG, S.OSTRACH, H.D.JIANG "Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.28, N°.1, p.165-173, 1985.
- [2] H.HAN, T.H.KUEHN "Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. I.Experimental study", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.34, N°.2, p.449-459, 1991.
- [3] H.HAN, T.H.KUEHN "Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure. II.Numerical study", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.34, N°.2, p.461-471, 1991.
- [4] J.M.HYUN, J.W.LEE "Double-diffusive convection in a rectangle with cooperating horizontal gradients of temperature and concentration", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.33, N°.8, p.1605-1617, 1990.
- [5] J.W.LEE, J.M.HYUN "Double-diffusive convection in a rectangle with opposing horizontal temperature and concentration gradients", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.33, N°.8, p.1619-1632, 1990.
- [6] P.W.SHIPP, M.SHOUKRI, M.B.CARVER "Double-diffusive natural convection in a closed annulus", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.24, p.339-356, 1993.
- [7] P.W.SHIPP, M.SHOUKRI, M.B.CARVER "Effect of thermal Rayleigh and Lewis numbers on double-diffusive natural convection in a closed annulus", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.24, p.451-465, 1993.
- [8] Mohamed A. Teamah. Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder. *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 46, Issue 7, p 637-648, July 2007.
- [9] Retiel, N., Bouguerra, E., Aichouni, M, "Effect of curvature ratio on cooperating double-diffusive convection in vertical annular cavities". *J. Appli. Sci.* 6, p 2541-2548, 2006.
- [10] Bennacer, R et Mohamad, A.A., El Ganaoui, M. "Thermodiffusion in porous media: multi-domain constituant separation". *Int. J. Heat Mass Transfer* 52, p 1725-1733, 2009.
- [11] Sheng Chen et Jonas Tölke, "Numerical investigation of double-diffusive convection in vertical annuluses with opposing temperature and concentration gradients", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol 31, p 217-226, 2010.

- [12] M. Hasanuzzaman, Hakan F. Oztop, M.M. Rahman, N.A. Rahim, R. Saidur, Y. Varol, "Magnetohydrodynamic natural convection in trapezoidal cavities", *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, 39, p 1384–1394, 2012.
- [13] Y. Varol, H.F. Oztop, I. Pop, "Entropy analysis due to conjugate-buoyant flow in a right-angle trapezoidal enclosure filled with a porous medium bounded by a solid vertical wall", *Int. J. Therm. Sci.*, 48, p 1161–1175, 2009.
- [14] M.A. Teamah, "Double-diffusive laminar natural convection in a symmetrical trapezoidal enclosure, AEJ–Alexand". *Eng. J.*, 45, p 251–263, 2006.
- [15] M.A. Teamah, S.M. El Sherbiny, R.A. Saleh, "Effect of Grashof number and aspect ratio on double-diffusive laminar natural convection in a symmetrical trapezoidal enclosure", *AEJ–Alexand. Eng. J.*, p 49, 89–100, 2010.
- [16] Patankar (S. V) "Numerical Heat transfer and fluid flow", *Hemisphere, Washington, DC* (1980).
- [17] R.KUMAR, M.A.KALAM "Laminar thermal convection between vertical coaxial isothermal cylinders", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.34, N°.2, p.513-524, 1991.
- [18] G. de Vahl Davis and "Natural Convection between Concentric Vertical Cylinders", *High Speed Computing in Fluid Dynamics*, Phys. Fluids, suppl. II, pp. 198–207, 1969.