

SIMULATION NUMERIQUE DU PHENOMENE DE CONDENSATION D'UNE VAPEUR PURE DANS UN MILIEU POREUX EN CONVECTION MIXTE

R. KIBBOUA

U.S.T.H.B

*Faculté de Génie Mécanique et génie des procédés
Département de Thermo-Energétique
BP 32 EL ALIA BAB EZZOUAR 16111 ALGER (Algérie)
Adresse e-mail : rkiboua@yahoo.com*

RESUME

Dans cette étude, nous présentons une modélisation du phénomène de condensation, dans un milieu poreux, d'une vapeur qui s'écoule le long d'une matrice poreuse délimitée par une paroi imperméable verticale. Les équations gouvernantes sont discrétisées et résolues par la méthode des différences finis. La résolution des équations porte sur le champ dynamique et thermique à l'intérieur du condensât ainsi que l'épaisseur du film liquide. En appliquant un bilan global d'énergie au film liquide nous avons trouvé une relation entre l'épaisseur du film liquide et les champs dynamique et thermique au sein du film liquide. Nous nous sommes intéressés à l'évolution de l'épaisseur du film de condensât ainsi que le nombre de Nusselt local, en fonction des nombres adimensionnels apparaissant dans la formulation physique tel que les nombres de Reynolds, Darcy, Grashof .

Mots-clés : condensation ; milieu poreux ; convection mixte ; plaque plane

NOMENCLATURE

C_E : coefficient d'Ergun

C_f : coefficient adimensionnel (effets inertiels microscopiques)

$Da = \frac{K}{\varepsilon L^2}$: nombre de Darcy

$Gr = \frac{\varepsilon g(\rho_l - \rho_v)L^3}{\rho_l \nu_l^2}$: nombre de Grashoff

H_{fg} : chaleur latente de condensation

$Ja = \frac{C_p(T_s - T_w)}{H_{fg}}$: nombre de Jacob

K : perméabilité du milieu poreux

K_{eff} : conductibilité effective du milieu poreux.

L : longueur de la plaque

Pr : nombre de Prandtl

p_l : pression du film liquide

p_v : pression du film vapeur

$Re = \frac{U_\infty L}{\nu_l}$: nombre de Reynolds

T : température du film liquide

T_s : température de saturation

T_0 : température de la paroi.

U_∞ : vitesse de la vapeur loin de la plaque

u_l : vitesse axiale du film liquide

u_v : vitesse axiale de la vapeur

δ : épaisseur du film liquide

θ : température adimensionnelle

$\bar{\mu} = \frac{\mu_v}{\mu_l}$: rapport des viscosités dynamiques

$\bar{\nu} = \frac{\nu_v}{\nu_l}$: rapport des viscosités cinématiques

$\bar{\rho} = \frac{\rho_v}{\rho_l}$: rapport des masses volumiques

ε : porosité du milieu

1. INTRODUCTION

Le phénomène de condensation en milieu poreux se rencontre dans divers domaines industriels notamment dans les échangeurs de chaleur (caloducs) et dans l'étude des gisements de pétrole lors de la récupération secondaire du pétrole brut par les méthodes thermiques. L'insertion d'une couche poreuse permet dans certains d'améliorer les échanges de chaleur. La recherche bibliographique a révélé que l'étude du phénomène de condensation le long d'une plaque plane recouverte d'une couche poreuse est assez récente. Char et al (2001) ont étudié l'influence de la conduction thermique au sein de la plaque sur le phénomène de condensation. Al.Nimr et Alkam (1997) ont développé une solution analytique approchée, qui ne tient pas des effets inertiels. Ils ont étendu leur étude au cas où les effets inertiels ne sont pas négligeables, pour trouver un système non linéaire qu'ils n'ont pas résolu. Chung et al (1992) ont développé un modèle plus précis qui prédit la présence d'une couche diphasique entre le film liquide et la couche de vapeur. Udell (1983) a été le premier à intégrer la tension superficielle dans la modélisation. Kumari, et Nath (1984) ont présenté un modèle mathématique pour une géométrie conique. Une bibliographie intéressante est proposée par Kaviany (1996). Dans la plupart de ces études, les auteurs se limitent au modèle de Darcy et considèrent une vapeur stagnante (convection naturelle).

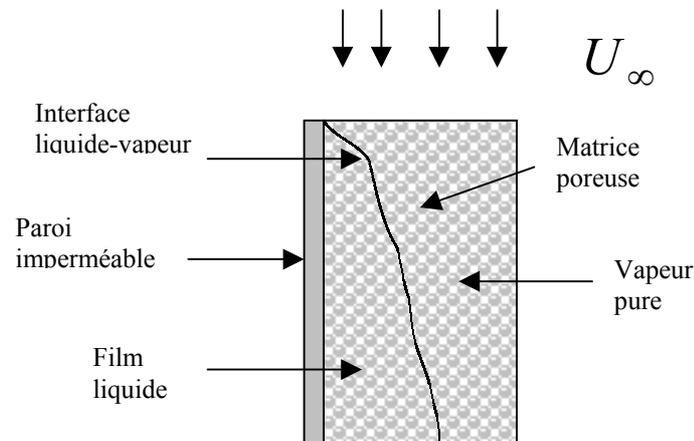
Dans ce travail, nous proposons une modélisation numérique de ce phénomène de condensation pour le cas d'une vapeur pure animée d'une vitesse constante (convection mixte) loin de la plaque et en tenant compte des effets inertiels microscopiques (modèle de Darcy-Brinkman-Forscheimer).

2. MODELISATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

Dans notre étude, on supposera que :

- La vapeur est pure et isotherme. Loin de la conduite, elle s'écoule avec une vitesse U_∞ .
- l'épaisseur du film liquide est faible devant la longueur de la plaque (hypothèse de la couche limite).
- L'écoulement est bidimensionnel et stationnaire.
- Le milieu poreux est isotrope.
- La vapeur, le film liquide ainsi que le milieu poreux sont en équilibre thermique.
- Les effets microscopiques d'inertie sont présents.
- Les termes de convection dans les équations de Qdm et de l'énergie sont négligeables.

Le modèle physique ainsi que le système de coordonnées sont montrés sur la figure suivante :



2. 1. Equations gouvernantes

2.1.1- Equation de quantité de mouvement du film liquide

$$\frac{\mu_l}{\varepsilon} \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} - \frac{\mu_l u_l}{K} - \frac{\rho_l C_E u_l^2}{\sqrt{K}} + g(\rho_l - \rho_v) - \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

2.1.2- Equation de quantité de mouvement de la vapeur pure

$$\frac{\mu_v}{\varepsilon} \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} - \frac{\mu_v u_v}{K} - \frac{\rho_v C_E u_v^2}{\sqrt{K}} - \frac{\partial p_v}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\text{sachant que : } \frac{\partial p_l}{\partial x} = \frac{\partial p_v}{\partial x} = \frac{\mu_v}{K} U_\infty + \frac{\rho_v C_E}{\sqrt{K}} U_\infty^2 \quad (3)$$

2.1.3-Equation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k_{eff}}{\rho_l C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right] = 0 \quad (4)$$

2.1.4- Equation de l'épaisseur du film liquide (δ) :

elle est obtenue en faisant le bilan d'énergie globale sur la longueur de la plaque :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho_l u_l h_{fg} dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta \rho_l u_l c_p (T_s - T) dy = k_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

2.2-Conditions aux limites

- Sur la paroi $y = 0$ $u_l = v_l = 0$ et $T = T_0$
- loin de la conduite : $y \rightarrow \infty$ $u_v = U_\infty$
- A l'interface liquide-vapeur : $y = \delta$ $\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y}$ et $T = T_s$ (6)

2.3-Mise sous forme adimensionnelle

Les équations du problème ont été mises sous forme adimensionnelle en prenant comme grandeurs adimensionnelles les variables suivantes :

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0} \quad (7)$$

Afin de faciliter la résolution du problème pour la région du film liquide, on fait un changement de variable en posant $\eta = y^*/\delta$, le maillage sera cartésien au lieu d'être curviligne.

Les équations du problème, sous forme adimensionnelle, s'écrivent alors sous la forme :

$$\frac{1}{\Delta^2} \frac{\partial^2 u_l^*}{\partial \eta^2} - \frac{u_l^*}{R_e D_a} - \frac{C_f u_l^{*2}}{\sqrt{D_a}} + \frac{Gr}{R_e^2} + \left(\frac{\bar{\mu}}{R_e D_a} + \frac{\bar{\rho} C_f}{\sqrt{D_a}} \right) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\bar{v}}{R_e} \frac{\partial^2 u_v^*}{\partial y^2} - \frac{\bar{v} u_v^*}{R_e D_a} - \frac{C_f u_v^{*2}}{\sqrt{D_a}} + \left(\frac{\bar{v}}{R_e D_a} + \frac{C_f}{\sqrt{D_a}} \right) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = 0 \quad (10)$$

$$\Delta^2 \left(\int_0^1 \frac{\partial u_l^*}{\partial x^*} d\eta + Ja \int_0^1 \frac{\partial u_l^* (1-\theta)}{\partial x^*} d\eta \right) + \frac{\partial \Delta^2}{\partial x^*} \left(\frac{1}{2} \int_0^1 u_l^* d\eta + \frac{1}{2} Ja \int_0^1 u_l^* (1-\theta) d\eta \right) - \frac{R_c}{P_r} Ja \frac{d\theta}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = 0 \quad (11)$$

2.4. Méthode de résolution

Les équations différentielles, du type parabolique, ont été discrétisées à l'aide de la méthode des différences finies (différences centrées du second ordre) et la résolution des systèmes algébriques ainsi obtenus s'est faite par la méthode classique TDMA. L'équation donnant l'épaisseur du film de condensation a été aussi discrétisée par la méthode des différences finies. L'algorithme de résolution à suivre est le suivant : sachant que le profil de température du film liquide est linéaire

1°- Se donner une valeur initiale arbitraire de Δ

2°- résoudre l'équation de u_l^* et celle de u_v^*

3°- A partir de u_l^* et θ (profil linéaire pour la température), résoudre l'équation de Δ

4°- Refaire les étapes 2°,3° et 4° jusqu'à obtenir la convergence.

3. Résultats et interprétations

Dans les résultats qui suivent, nous avons fixé $Pr = 1, Ja = 1, \bar{\mu} = 0.4, \bar{\rho} = 0.003$ et nous avons fait varier : Re, Gr, Da, C_f

3.1. Influence du nombre de Darcy

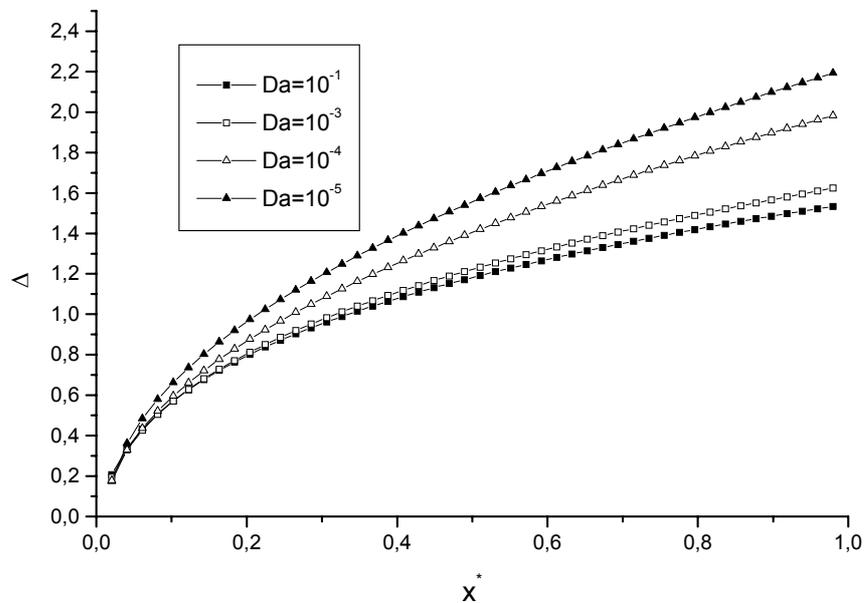


Fig-1- Influence de Da sur la variation locale de l'épaisseur du film liquide ($Gr = 10^6, Re = 10^3, C_f = 0$)

le film liquide devient plus épais lorsque le nombre de Da diminue. En effet le milieu poreux par la présence de la phase solide accentue le contact avec la phase vapeur d'où une meilleure diffusion thermique qui entraîne une production plus importante de condensât pour les faibles perméabilités (Da faible). Par conséquent pour un milieu fluide (perméabilité infinie), l'épaisseur de condensât sera plus faible comparativement au cas d'un milieu poreux.(cf.Fig-1-).

3.2. Influence du nombre de Reynolds

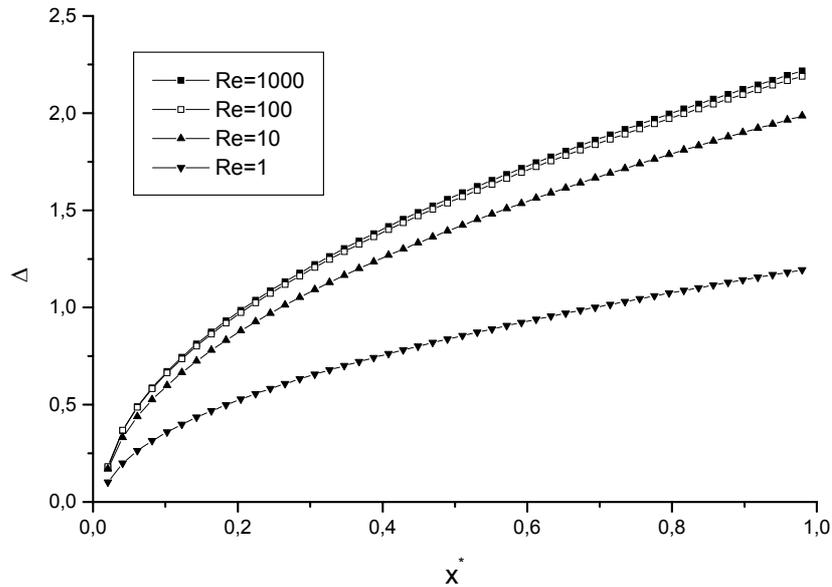


Fig-2- Influence du Re sur la variation locale de l'épaisseur du film liquide ($Gr = 10^5, Da = 10^{-5}, C_f = 0$)

sachant que : $\Delta = \delta \sqrt{Re}$, on constate que le film de condensât (δ) devient plus mince lorsque le nombre de Reynolds augmente (convection forcée). Alors que pour des valeurs très faibles du nombre de Reynolds (convection libre) cette épaisseur δ est plus épaisse. Bien évidemment, puisque le nombre de Nusselt est proportionnel à l'inverse de l'épaisseur du film, le transfert de chaleur sera donc meilleur en convection forcée. (cf.Fig-2-).

3.3. Influence des effets inertiels microscopiques ($Da = 10^{-5}, Gr = 10^6, Re = 10^3$)

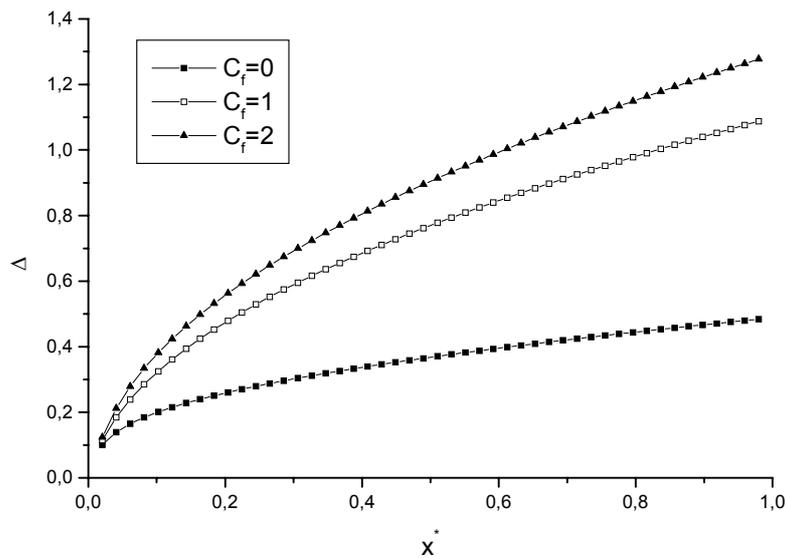


Fig-3- Influence des effets inertiels microscopiques sur la variation locale de l'épaisseur du film liquide

On constate que la présence des termes d'inertie microscopiques provoque une augmentation de l'épaisseur du film de condensât à cause du ralentissement du mouvement du film due à une résistance plus accrue au sein de l'interstice (cf.Fig-3-).

3.4. Influence du rapport des conductivités

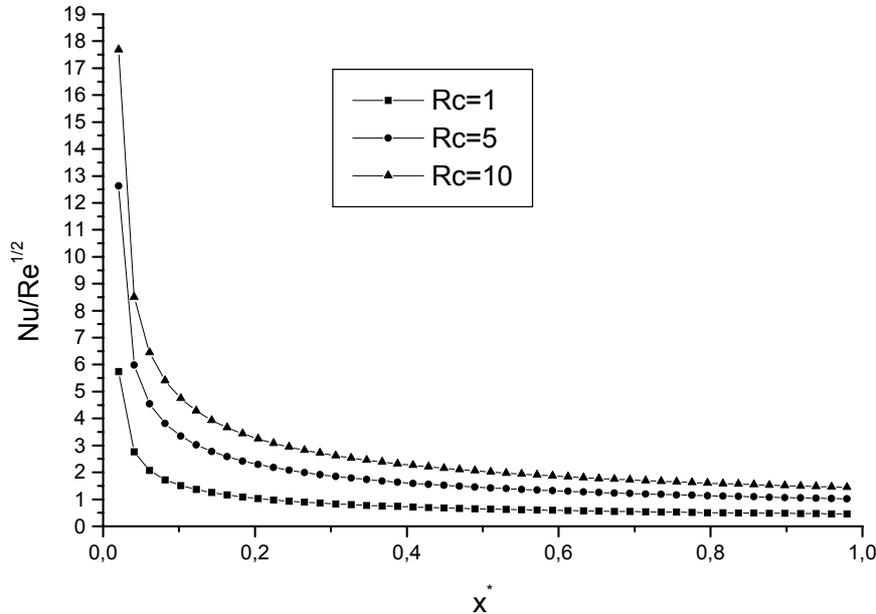


Fig-4- variation du Nombre de Nusselt local pour différents rapports de conductivités

$$(D_a = 10^{-5}, Re = 10^3, Gr = 10^6, C_f = 0)$$

Nous constatons une amélioration du transfert de chaleur lorsque le milieu poreux présente une conductivité thermique plus élevée que celle du fluide. En effet le milieu poreux par la présence de la phase solide accentue le contact avec la phase vapeur d'où une meilleure transmission thermique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. Char, J.D Lin, H.T Chen "conjugate mixed convection laminar non-Darcy film condensation along a vertical plate in a porous medium" Int. J. Eng. Sci, vol39, 2001, pp 897-912
- [2] M.A. Al-Nimr and M.K AlKam "Film condensation on verticale plate imbedded in a porous media" Applied Energy, vol.N°1, pp 47-57, 1997
- [3] Chung, plumb, Lee "Condensation in a porous region bounded by a cold vertical surface" Journal of heat transfer vol.114 pp 1011-1018,1992
- [4] K.S. Udell " Heat transfer in porous media heated from above with evaporation, condensation ans capillary effects " Journal of heat transfer vol 105 pp486-492 1983
- [5] M. Kumari, I. Pop, G. Nath " Film condensation a long a frustum of a cone in porous medium" Int. J. heat Mass transfer, vol 27 N°11, pp2155-2157 1984
- [6] Kaviany "Principles of Heat transfer in porous media" 1996, Springer Verlag